

Abb. 1. Wehr bei Erbersbronn.

Die Tiefbauten des Schwarzenbachwerkes.

(Murgwerk II. Ausbau)

Von Regierungsbaurat Feldmann, Vorstand des Staatl. Bauamtes für das Murgwerk.

(Hierzu 1 Tafel).

Schon die ersten Entwürfe über die Ausnutzung des Gefälles der Murg mit Nebenflüssen zwischen der badisch-württembergischen Landesgrenze und Forbach haben den Ausbau einer unteren (Murgstufe) und oberen Stufe (Schwarzenbach-Raumünzachstufe) vorgesehen.*) Der Ausbau der Murgstufe erfolgte in den Jahren 1913 bis 1918. Hierüber hat Baudirektor Hauger in der „Deutschen Bauzeitung", Jahrgang 1918, Seite 429 ff., eingehend berichtet.

Der Ausbau der Schwarzenbachstufe sollte dem Ausbau der Murgstufe folgen, sobald der Kraftbedarf den II. Ausbau als zweckmäßig und nötig erscheinen ließ.

Die Entwicklung der ersten Nachkriegsjahre mit ihrer großen Kohlennot ließ den Bedarf an elektrischer Kraft rasch anwachsen, so daß sehr bald die Erzeugung der Murgstufe den vorhandenen Bedarf nicht mehr decken konnte. Die Bad. Wasser- und Straßenbaudirektion hat demgemäß schon frühzeitig damit begonnen, baureife Entwürfe für die Schwarzenbachstufe auszuarbeiten, wobei die näheren Untersuchungen es als zweckmäßig erscheinen ließen, in der Höhe der Schwarzenbachtalsperre noch erheblich über die Entwürfe vom Jahr 1910 hinauszugehen. Baudirektor Hauger hat am Schlusse seines oben erwähnten Aufsatzes in kurzer Zusammenfassung über den Entwurf der Oberstufe, wie er in der Denkschrift der Bad. Generaldirektion vom Mai 1910 beabsichtigt war, berichtet. In den nachstehenden Ausführungen sind die Ausmaße der tatsächlichen Ausführung gegeben.

Die Zeitverhältnisse des Jahres 1920 führten dazu, den Beginn der Ausführung der Talsperre zurückzustellen und die öffentliche Ausschreibung der Arbeiten auf Ende 1921 zu verschieben. Inzwischen war am 6. Juli 1921 das Murgwerk vom Badischen Staat auf die Bad. Landeselektrizitätsversorgung A.—G. (Badenwerk) übergegangen, wobei die Aktien mit 100 v H in Hand des Staates blieben. Die Bearbeitung und Leitung der Tiefbauten unterstand auch weiterhin der Bad. Wasser- und Straßenbaudirektion, der ihrerseits wieder das Staatl. Bauamt für das Murgwerk in Forbach (Baden) unterstellt blieb.

*) Vergl. Zentralbl. d. Bauverw. 1916, S. 457 ff.

Hydrographische und meteorologische Verhältnisse.

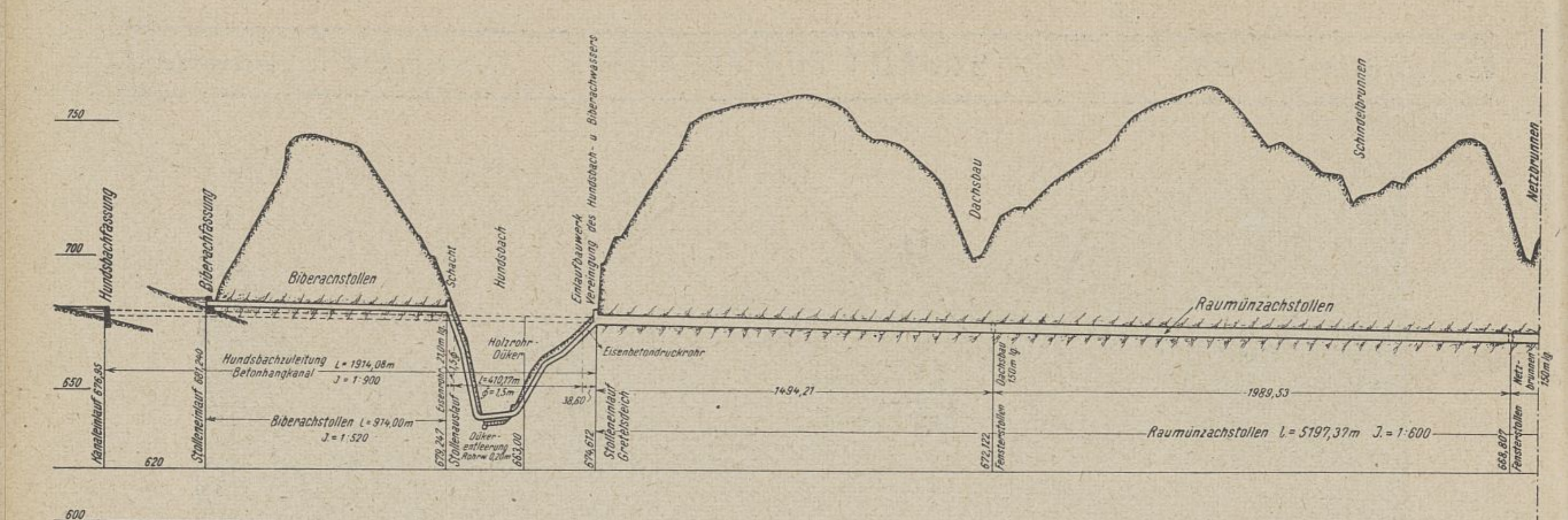
Ueber die hydrographischen und meteorologischen Verhältnisse des Murggebietes hat Baudirektor Hauger schon einige Angaben gemacht. Im Jahre 1919 standen insofern noch genauere Unterlagen zur Verfügung, als in 10jähriger Beobachtungsreihe (1909/18) genaue Aufzeichnungen über Regenhöhe und Wasserabfluß im Schwarzenbach-Raumünzachgebiet gemacht wurden. An beiden Talsperrenstellen waren Meßschwellen mit selbstschreibenden Pegeln eingebaut worden, während gleichzeitig in Regenmeßstationen die Regenhöhen festgestellt wurden. Die Abflußkoeffizienten in dem z. T. steilen, aber durchweg bewaldeten Einzugsgebiet schwanken in den einzelnen Jahren in weiten Grenzen; sie liegen zwischen 60 und 80 v H. Die starke Schwankung erklärt sich z. T. schon daraus, daß Schneemassen, die am Ende des Jahres niedergehen und in den Regenmessern gemessen werden, z. T. erst im folgenden Jahre zum Abfluß kommen. Die meteorologischen Unterlagen wären jedenfalls für die Praxis wertvoller und leichter verwendbar, wenn anstatt mit dem Kalenderjahr mit den 12 Monaten, 1. Oktober bis 30. September, gerechnet würde. Die Zusammenstellungen zeigen im übrigen deutlich, daß in regenarmen Jahren der Abflußkoeffizient stark fällt. Die bewaldeten Hänge halten dabei viel Wasser zurück, das verdunstet. Im Mittel von 13 Jahren wurde der Abflußkoeffizient im Raumünzachgebiet zu 73 v H festgestellt, während er beim Schwarzenbachgebiet in 10jährigem Mittel sich auf 69 v H beläuft. Die Regenhöhen betragen dabei im Mittel im Raumünzachgebiet etwa 2200 mm, im Schwarzenbachgebiet etwa 1900 mm.

Ein Vergleich mit den gebräuchlichen Abflußformeln ergibt für das Raumünzachgebiet:

Formel Keller: $h = 0{,}942\ H - 405\ \text{mm} = 1667\ \text{mm}$, also 75,7 v H der Niederschlaghöhe. Die Gleichung

$$ha = \frac{15}{16}\,hn - 460 + 30\left[h - 6 + \sqrt{(h-6)^2 + 1}\right]$$

(vergl. „Die hydr. Grundlagen für die Planung von Wasserkraftwerken in Südwestdeutschland", Berlin 1925, V. D. J. - Verlag)



ergibt: (h zu 820 m ü. N. N., also in 100 m zu 8,2 eingesetzt) ha = 2060 — 460 + 138,6 = 1738,6 mm, also 79 v H der Niederschlaghöhe.

Beide Ergebnisse stimmen demnach mit der gemessenen Wassermenge recht gut überein, da auch in den Messungen Fehlerquellen liegen, die den Betrag von etwa 5 v H erreichen werden.

Die mittlere sekundliche Abflußmenge wurde im Schwarzenbachgebiet zu 41,5 l/sek. u. qkm, im Raumünzachgebiet zu 51,7 l/sek. u. qkm errechnet. Bei einem Einzugsgebiet von rd. 24 qkm beträgt demnach für das Schwarzenbachgebiet die mittlere Zuflußmenge rd. 1 cbm/sek. Das Einzugsgebiet der Raumünzachzuleitung beträgt 26 qkm. Da, wie unten näher ausgeführt wird, von der Erstellung der Raumünzachtalsperre Abstand genommen wurde, gehen die Hochwasserspitzen der Raumünzach, soweit sie über 12 cbm/sek. liegen, verloren. Sie betragen nach eingehenden Untersuchungen nur etwa 2 v H des Jahresabflusses. Die mittlere Zuflußmenge des Raumünzachgebietes zum Schwarzenbachbecken beträgt 1,32 cbm/sek.

Geologische Verhältnisse.

Die geologischen Verhältnisse liegen insofern verhältnismäßig einfach, als sämtliche Bauten in Granit erstellt werden konnten. Es handelt sich dabei um einen Zweiglimmergranit (Muskowit und Biotit) mit ziemlich grobem Korn, einer Druckfestigkeit von etwa 1400 kg/cm² und einem mittleren spezifischen Gewicht von 2,62. Auf den Granit lagert sich der untere Buntsandstein auf, und zwar bei der Schwarzenbachtalsperre etwa auf Höhe 715, während Sperrenkrone auf Höhe 670 liegt. Der undurchlässige Granithorizont zeichnet sich in Natur deutlich durch die beim Uebergang vom Sandstein in den Granit überall auftretenden Quellen ab. Bemerkenswert ist, daß der Granit von Westen nach Osten, also vom Rheintal zum Murgtal hin abfällt. Der Quellhorizont liegt auf den westlichen Hängen des Schwarzwaldes etwa 100 m höher als auf den östlichen Hängen, die zum Einzugsgebiet der Murg gehören. Demnach fällt die tatsächliche Wasserscheide mit der topographischen Wasserscheide nicht zusammen. Das obere Murgtal erhält noch Quellwasser aus Gebieten, die topographisch zum Einzugsgebiet der an den Westhängen des Schwarzwaldes entspringenden Nebenflüsse des Rheins (Rench, Acher usw.) gehören.

Auf dem unteren Buntsandstein lagert sich der Hauptbuntsandstein ab. Die anschließenden Bergkuppen erreichen zum Teil die Höhe von 1000 m ü. N.N. (Badener Höhe usw.).

Vorarbeiten.

Die Jahre 1920 und 1921 wurden dazu benutzt, die für den Bau der Talsperre nötigen Vorarbeiten zu leisten. Ueber die Lage des guten, klingenden Felsens an der Sperrenstelle wurde durch weitgehende Probegruben unter Beiziehung der Geologischen Landesanstalt Freiburg volle Klarheit geschaffen. Auf Grund der Schürfungen erwies es sich bei der Schwarzenbachtalsperre als nötig, die bereits festgelegte Sperrenaxe zu verschieben, eine Maßnahme, die sich beim Oeffnen der Baugrube als richtig erwies.

Neben den Probegruben an der Sperrenstelle erfolgten an mehreren Stellen Schürfungen für den zu erschließenden Steinbruch.

Die beiden Talstraßen wurden in den Jahren 1920/21 verlegt (Tafel 1). Die öffentliche Straße nach Herrenwies (rechte Talseite) erhielt eine Höchststeigung von 8 v H und führt 1,5 m über dem höchsten Stau dem Becken entlang. Die linksseitige Straße, die als Holzabfuhrweg nur Taltransport hat, erhielt bis zur Sperre 12 v H

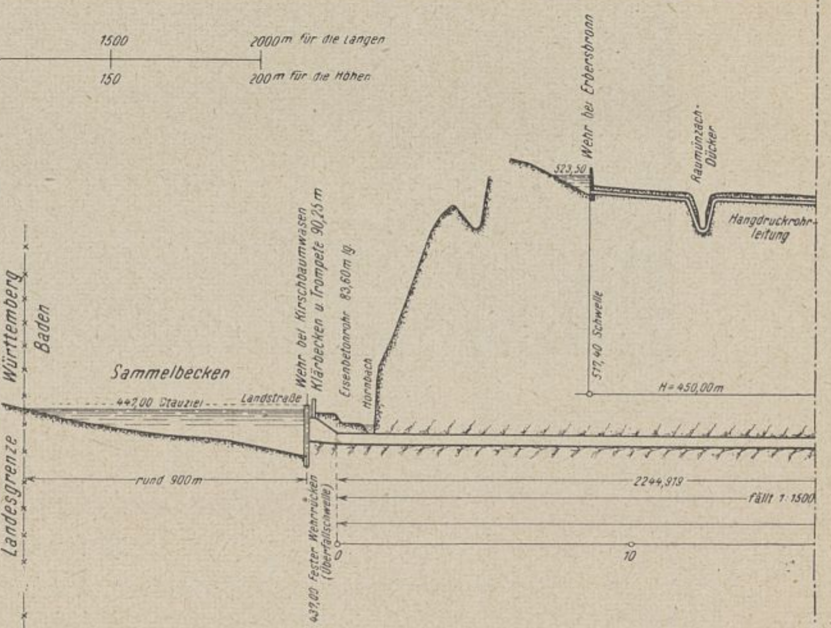


Abb. 2 a. Murg-Schwarzenbachwerk.
Uebersichtslängenschnitt 1. Teil.

Steigung. Insgesamt war 6,3 km Straßenneubau nötig, der im Spätjahr 1921 beendet war.

Im Jahre 1921 wurde der Schwarzenbach durch eine Holzrinne über die künftige Baugrube weggeleitet. Dabei war mit einem höchsten Hochwasser von 60 cbm gerechnet. Die Rinne wurde tatsächlich nie höher als mit 30 cbm beansprucht. Soweit der Talboden wasserdurchlässig war, wurde er bei Beginn der Umleitung durch eine Betonmauer, die in einem offenen Schlitz hergestellt wurde, gegen die künftige Baugrube gedichtet. Die Maßnahme hat sich bewährt, denn der Wasserzufluß zur Talsperrenbaugrube war verhältnismäßig gering. Die Holzrinne selbst war durch die ständigen Sprengungen etwas gefährdet. Die nötigen Ausbesserungen waren aber leicht durchzuführen. Ein Wassereinbruch in die Baugrube ist nie erfolgt. Ein unterirdischer Stollen wird aber der Holzrinne in vielen Fällen doch vorzuziehen sein. Man sah bei der Schwarzenbachtalsperre davon ab, da man die Sprengungen unterhalb der Sohle der Staumauer auf jeden Fall vermeiden wollte.

Für die Wasserversorgung der Sperre wurde eine besondere Wasserleitung durch die Bauverwaltung gebaut mit einem Hochbehälter von 150 cbm Inhalt, der in der Nähe des Mörtelwerkes und der Steinwäsche erstellt wurde und 20 m höher lag als diese Anlage. In der Ausschreibung war vorgesehen, daß diese Anlage im Bedarfsfalle durch den Unternehmer durch eine am Schwarzenbach zu erstellende Pumpanlage ergänzt wird.

Im Bahnhof Raumünzach, der 3,5 km von der Baustelle entfernt liegt, wurde ein Verladegleis gebaut, an das der Unternehmer des Talsperrenbaues eine Seilbahn oder einen Schrägaufzug mit Horizontalbahn anschließen sollte. Längenschnitte hierfür wurden der Ausschreibung beigelegt. Die Benutzung der bestehenden Straße zur Sperre für den Transport der Bindemittel schied deshalb von vornherein aus, weil diese Straße Steigungen bis 13 v H enthält. Der Höhenunterschied zwischen Bahnhof und Sperrenoberkante beträgt 270 m.

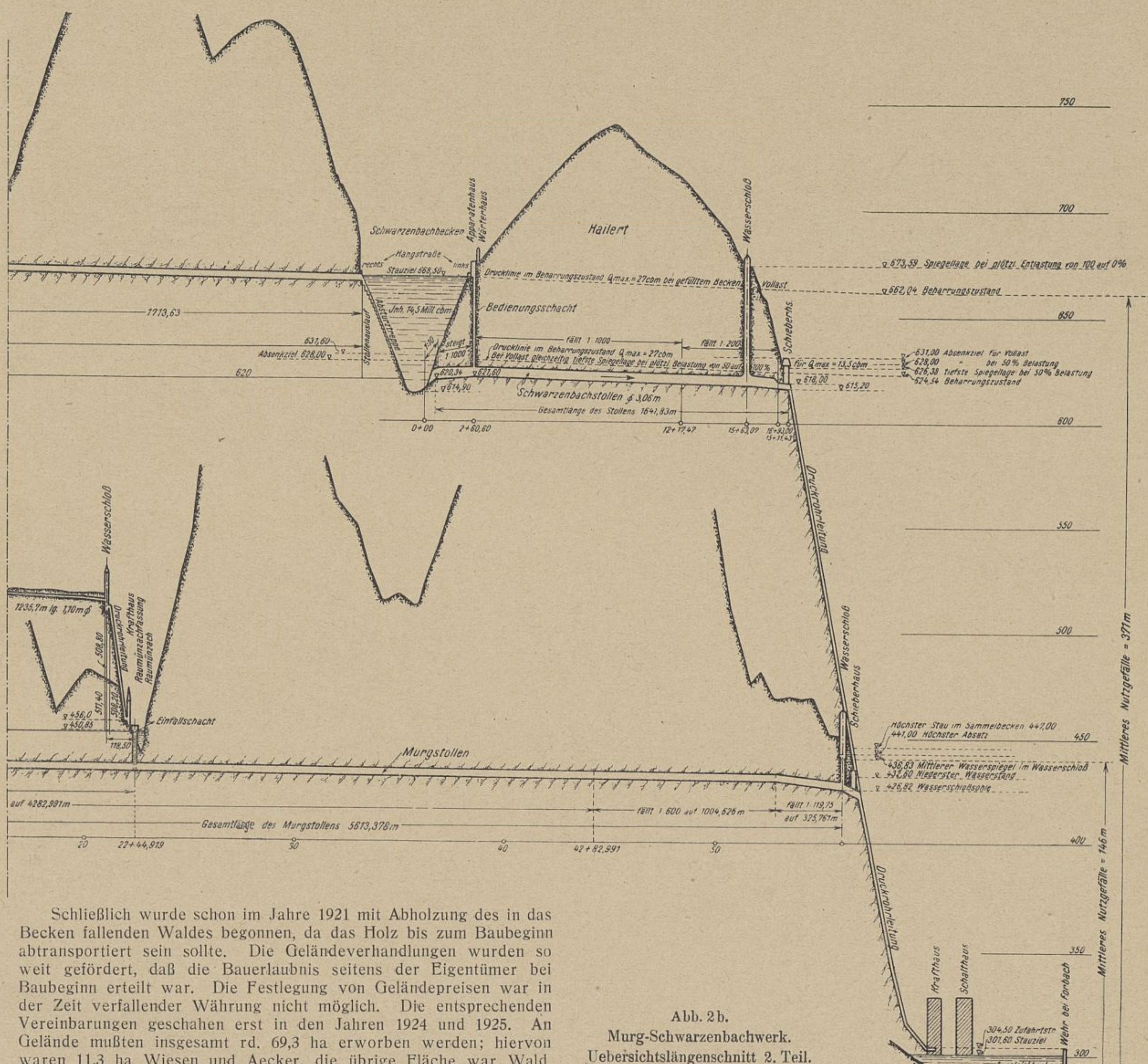


Abb. 2b.
Murg-Schwarzenbachwerk.
Uebersichtslängenschnitt 2. Teil.

Schließlich wurde schon im Jahre 1921 mit Abholzung des in das Becken fallenden Waldes begonnen, da das Holz bis zum Baubeginn abtransportiert sein sollte. Die Geländeverhandlungen wurden so weit gefördert, daß die Bauerlaubnis seitens der Eigentümer bei Baubeginn erteilt war. Die Festlegung von Geländepreisen war in der Zeit verfallender Währung nicht möglich. Die entsprechenden Vereinbarungen geschahen erst in den Jahren 1924 und 1925. An Gelände mußten insgesamt rd. 69,3 ha erworben werden; hiervon waren 11,3 ha Wiesen und Aecker, die übrige Fläche war Wald. Drei Häuser standen im Talsperrenbecken, wovon zwei kleineren Landwirten gehörten, während das dritte von einem Touristenverein erstellt und nur zeitweise bewohnt war. Die Landwirte wurden auf Kosten des Badenwerks nach Herrenwies umgesiedelt, wo ihnen neue Häuser erstellt wurden. Der Touristenverein wurde entschädigt und baute sich in der Nähe der „Badener Höhe" ein neues Haus.

Baukraftwerk.

Zur Beschaffung von Kraftstrom für den Sperren- und Stollenbau wurde in den Jahren 1921/22 an der Raumünzach ein kleineres Kraftwerk errichtet mit einer Höchstleistung von 800 kW und einer Jahresleistung von 3 000 000 kWh (Tafel 1 und Abb. 2).

Da diese Kraft als Baustrom nicht ausreichte, wurde von vornherein auch Anschluß an das Murgwerk vorgesehen. Tatsächlich betrug die Spitzenkraft im Hochbetrieb etwa 2200 kW, während die installierte Motorenstärke etwa doppelt so hoch war. Für den Sperrenbau wurden insgesamt etwa 5,8 Millionen kWh, für den Bau des Schwarzenbachstollens ca. 2,5 Millionen kWh verbraucht.

Bei Erbersbronn wurde ein festes Wehr erbaut mit automatischen Stauklappen von 1,50 m Höhe (Abb. 1 u. 3). Dadurch wurde ein Tagesbecken von 20 000 cbm geschaffen. Das Wehr hat zwei Oeffnungen mit je 20 m Lichtweite. Die automatischen Klappen sind an Drahtseilen aufgehängt, die über Seilrollen führen, die beweglich gelagert sind, so daß sie der Horizontalbewegung der Klappen folgen können. Das Gegengewicht jeder Klappe ist als Eisenbetonsteg ausgebildet, der im Ruhezustand auf dem Widerlager und Mittelpfeiler aufsitzt (Abb. 3). Klappe und Gegengewicht sind so ausbalanciert, daß erstere schon bei einem Ueberströmen von 5 cm sich senkt und somit selbsttätig den Wasserspiegel auf gleicher Höhe hält. Jedes Gegengewicht wiegt mit Füllung rd. 23,5 t. Die Klappen haben recht gut funktioniert, auch die seitliche und untere Dichtung, die durch Blechleisten mit Lederstreifen gebildet wird, ist praktisch dicht.

An das Einlaufbauwerk schließt sich ein Eisenbetondruckrohr von 1,10 m Durchmesser und 1235 m Länge an, das bis zum Wasserschloß führt. Das Raumünzachbett muß durch das Eisenbetonrohr unterfahren werden. Dies ist in der Weise erfolgt, daß das Rohr im Bachbett einbetoniert wurde, wobei unterhalb ein Absturz von etwa 1 m entsteht. Der Beton wurde durch eine 1,5 cm starke Stahlbetonschicht gegen Wasserangriffe geschützt. Im Stahlbeton liegt ein feines Maschennetz, das durch Bügel mit dem Beton verbunden ist. Die Anordnung hat sich in dem vierjährigen Bestehen gut bewährt. Vom Wasserschloß, das als kreisförmiger Eisenbetonzylinder von 4 m Durchmesser und mit Ueberlauf ausgebildet ist, führt eine eiserne Druckrohrleitung mit 80 cm Durchmesser und 125 m Länge nach dem Baukraftwerk, das unmittelbar oberhalb des Einfalls der Raumünzach in den Murgstollen erbaut ist. Die größte Schluckfähigkeit der Turbine beträgt 1,8 cbm/sec. Die Turbinenachse liegt auf Höhe 456,00, der Unterwasserspiegel auf 451,20, während die Stauklappenoberkante im Wehr bei Erbersbronn auf 523,50 liegt. Es steht demnach ein größtes Rohgefälle von 72,30 m zur Verfügung, während das mittlere Nutzgefälle 64 m beträgt. Das Einzugsgebiet des Baukraftwerkes betrug während der Bauzeit 36 qkm, nach Ueber-

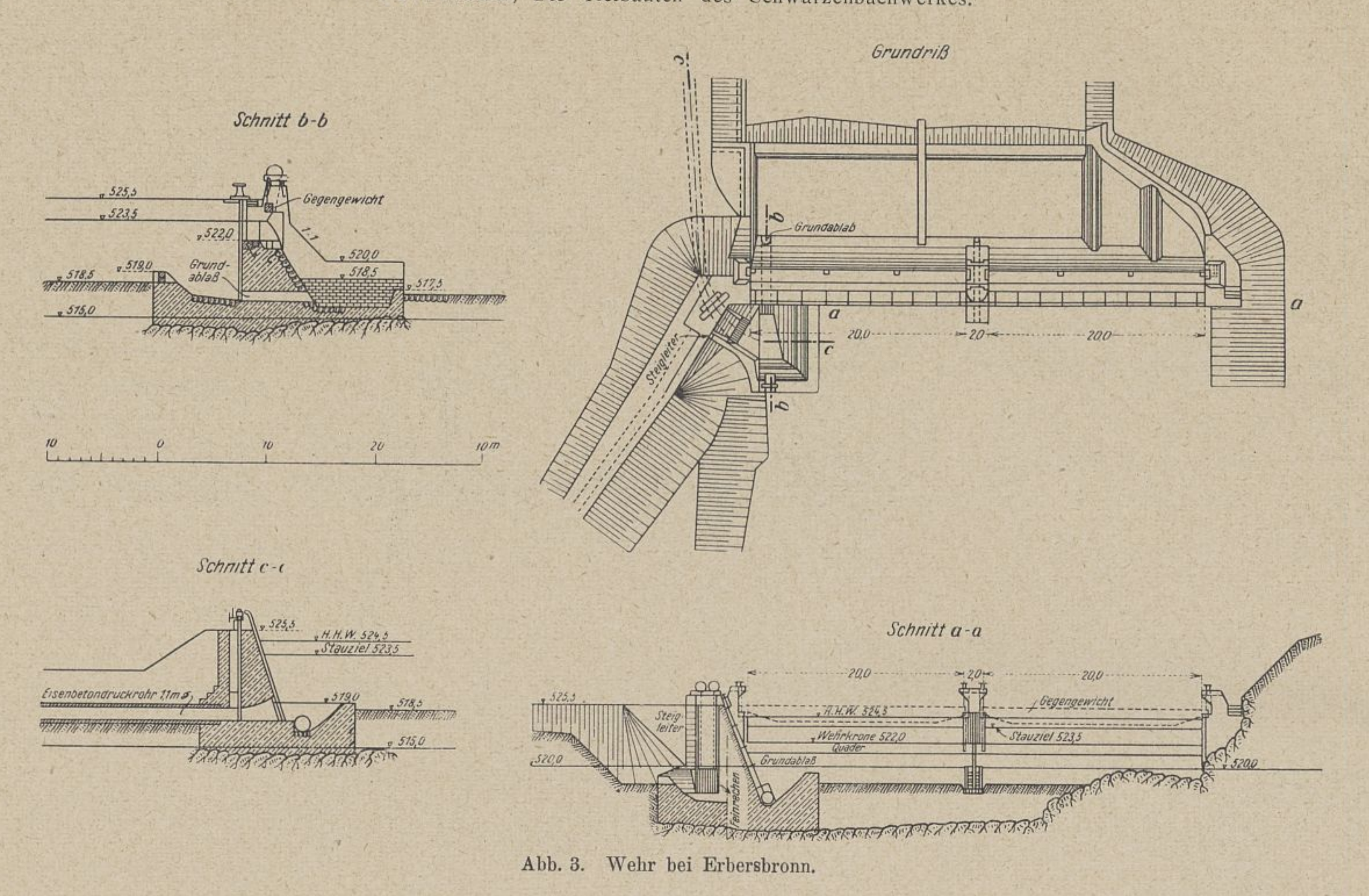


Abb. 3. Wehr bei Erbersbronn.

leitung der Raumünzach in das Schwarzenbachbecken stehen noch 10 qkm Einzugsgebiet zur Verfügung. Der Zufluß genügt demnach noch, in den Morgenspitzenstunden das Baukraftwerk auch fernerhin zur Krafterzeugung zu verwenden.

Das Eisenbetonrohr hat nach Inbetriebnahme im Dücker und an drei anderen, nahe beieinander gelegenen Stellen kürzere statische Risse erhalten, die gedichtet werden mußten, um Wasserverluste zu vermeiden. Ein Eisenbetonmantel um das Rohr erwies sich als billigstes und sicherstes Abhilfsmittel, wobei der Beton so dossiert wurde, daß er wasserdicht war.

Die Erfahrung hat hier wieder gezeigt, daß bei einem Druckrohr oder Druckstollen ein Abarbeiten des Einlaufbeckens in einer Weise, daß Luft in das Eisenbetonrohr eintreten kann, äußerst bedenklich ist. Beim Baukraftwerk war dies anfänglich nötig, da die Inbetriebnahme erfolgen mußte, bevor das Wehr ganz fertiggestellt war. So mußte das Werk zunächst als reines Laufwerk benützt werden. Trotz Wasserschloß und Entlüftungsleitung beim Dücker bildeten sich dabei im Eisenbetonrohr starke Luftblasen, die fast explosionsartig das Wasser beim Wehr herauswarfen und dabei Beanspruchungen im Rohr erzeugten, die sich jeder Rechnung entziehen. Sobald der Rohreinlauf stets unter Wasser blieb, hörten diese Stöße auf.

Die Notwenndigkeit des engen Zusammenlegens der Zugeisen bei einem Eisenbetonrohr ist wohl jetzt allerseits erkannt. Andernfalls wird ein guter Kraftausgleich zwischen Beton und Eisen nicht möglich sein, und ersterer wird reißen, bevor das Eisen nur annähernd die Kraft aufnimmt, die es aufzunehmen im Stande ist. Trotz der oben erwähnten starken Stöße sind statische Risse im Eisenbetonrohr jedenfalls da nicht aufgetreten, wo man mit der Eisenentfernung nicht über 6 cm gegangen ist. Die Ausführung zeigte auch, daß es zweckmäßig ist, Eisenbetonrohre auf eine Betonschale und nicht direkt auf den Boden zu legen, auch wenn dieser hierzu geeignet scheint.

Ausschreibung der Schwarzenbachtalsperre.

Die Ausschreibung der Talsperre erfolgte im November 1921, und zwar in Mauerwerk, obwohl der Entwurf der Wasser- und Straßenbaudirektion vom Jahre 1920 unter Berücksichtigung des starken Mangels an gelernten Maurern Gußbeton mit Blockeinlagen vorgesehen hatte. Man trug bei der Ausschreibung Bedenken, ob den deutschen Großfirmen, denen, im Gegensatz zum Beispiel zu Amerika, während des Krieges die Möglichkeit gefehlt hatte, sich mit der verhältnismäßig neuen Bauweise vertraut zu machen, die erforderliche Erfahrung im Gußbeton zur Verfügung stand, die als nötig erachtet wurde, wenn das wichtige Bauwerk in jeder Beziehung einwandfrei hergestellt werden sollte. Man wollte jedenfalls vor dem endgültigen Entschlusse das Ergebnis der Ausschreibung abwarten. In den Ausschreibungsunterlagen wurde ausdrücklich betont, daß es dem Unternehmer freistehe, ein Angebot in Stampfbeton, Gußbeton mit Blockeinlagen oder in aufgelöster Bauweise einzureichen. Unter den 30 Angeboten, an denen 24 Firmen beteiligt waren, befanden sich 24 Angebote in Mauerwerk, 3 Angebote in Gußbeton, 3 in aufgelöster Bauweise. In längeren Verhandlungen mit den für den Zuschlag in Frage kommenden Firmen wurde die Frage der Ausführungsweise auf Grund wirtschaftlich-technischer Erwägungen dahin geklärt, daß der Firma Siemens-Bauunion, Berlin, auf ihr Angebot in Gußbeton mit Blockeinlagen der Zuschlag erteilt wurde.

Der für die Ausführung vorgesehene Vertrag war durchweg auf Akkordpreisen aufgebaut, wobei sowohl die Löhne als auch die Materialien in vollem Umfange gleitend waren. Löhne und Materialien waren weitgehend entziffert, ein notwendiges Uebel, das heute glücklicherweise wieder überwunden ist. Die Vertragsform hat es aber doch ermöglicht, die im Jahre 1921 aufgestellten Unterlagen der Schlußabrechnung des Jahres 1926 zu Grunde zu legen. Die Baustelleneinrichtung war in der Ausschreibung selbst schon weitgehend entziffert, da der Bauherr sich die Möglichkeit vorbehalten wollte, die wichtigsten neuen Baugeräte in sein Eigentum zu übernehmen und der Firma für den Bau zur Verfügung zu stellen. Hiervon wurde schließlich Gebrauch gemacht. Der Schrägaufzug, die Mörtelstation, die Kabelkrane, das Sägewerk und das Barackenlager wurden nach gemeinsam geführten Kaufverhandlungen von der Bauverwaltung ganz bezahlt und gingen in deren Eigentum über. Auf diese Weise wurde einerseits der Unternehmer von allzustarker finanzieller Beanspruchung bei Baubeginn entlastet, während anderseits Schwierigkeiten in der Verrechnung der wichtigsten Teile der Baustelleneinrichtung zwischen Bauverwaltung und Firma ausgeschaltet wurden und der Bauverwaltung der Altwert der Geräte verblieb. Dabei war es allerdings nötig, daß der letzte Entscheid über Aufwertungsforderungen der Maschinenfabriken für die Spezialgeräte in der Hand des Bauherrn lag.

Termine.

Der Arbeitsangriff erfolgte im April 1922. In der Ausschreibung war verlangt, daß die Arbeiten so zu fördern sind, daß am 1. November 1924 mit dem Einstau begonnen werden kann (Staumauer auf Höhe 636,00!), daß am 1. September 1925 Einstau auf Höhe 645,00 möglich, und daß am 1. November 1926 die Mauer fertiggestellt ist. Tatsächlich erfolgte die Inbetriebnahme am 20. November 1924, während die Mauer Ende August 1926 fertiggestellt und die Baustelle geräumt war.

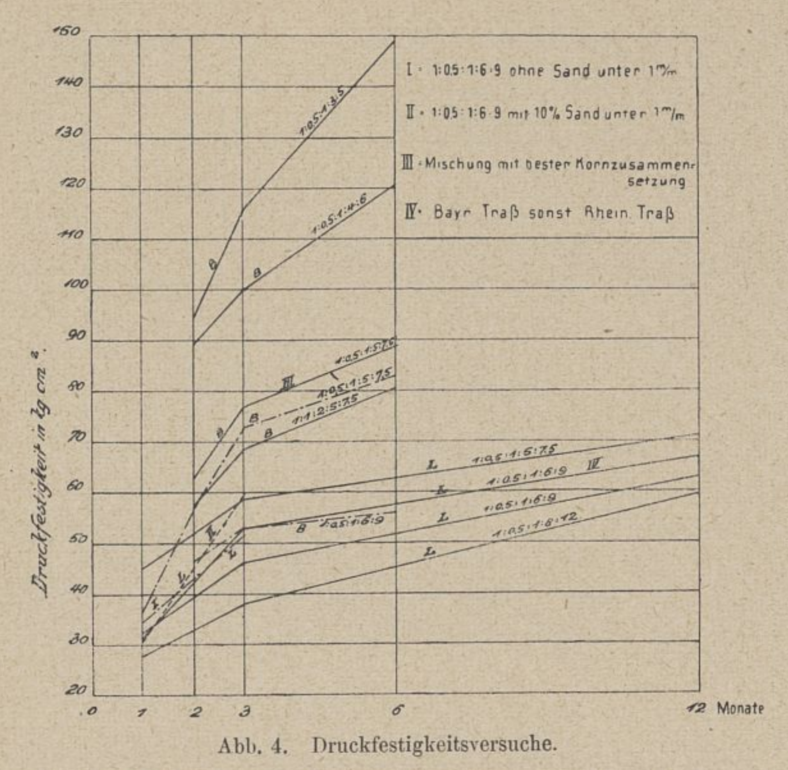


Abb. 4. Druckfestigkeitsversuche.

Betonuntersuchungen.

Sofort nach Entscheid über die Ausführung der Mauer in Gußbeton wurden auf der Baustelle Versuche über die günstige Kornzusammensetzung und über die zu wählenden Betonmischungen eingeleitet. Gleichzeitig wurden im Laboratorium des Prof. Probst, Karlsruhe, Festigkeits- und Wasserdichtigkeitsversuche vorgenommen, während die Firma Siemens-Bauunion durch Prof. Graf in Stuttgart Versuche über die Dichtigkeit eines Torkretüberzugs, der wasserseits vorgesehen war, durchführen ließ.

Die Ergebnisse der Festigkeitsversuche sind in Abb. 4 dargestellt. Die Ergebnisse der Laboratoriumsversuche sind mit L, die der Versuche auf der Baustelle mit B bezeichnet. Das Mischungsverhältnis ist stets in Raumteilen, und zwar in der Reihenfolge Zement : Kalk : Traß : Sand : Schotter angegeben, obwohl wir mit Graf, Agatz u. a der Ansicht sind, daß diese Angabe nicht glücklich ist. In der Ausführung wurde die Ausbeuteziffer durch Versuche ermittelt und danach der auf den Kubikmeter Beton nötige Gewichtsteil an Bindemitteln errechnet.

Die mit III bezeichnete Kurve ergab nach eingehenden Baustellenversuchen bei den verschiedenen Kornzusammensetzungen die beste Festigkeit und das günstigste Raumgewicht. Die Baustellenversuche wiesen durchweg etwas bessere Ergebnisse auf als die Laboratoriumsversuche. Der Grund hierfür lag darin, daß für die etwas später ausgeführten Baustellenversuche besseres Granitmaterial zur Verfügung stand, das nach ausgeführten Analysen bei der Zerkleinerung einen wesentlich geringeren Prozentsatz an Feinsand aufwies. Die Versuche wiesen demnach deutlich darauf hin, nur gutes Granitmaterial zu verwenden.

Die in Karlsruhe ausgeführten Wasserdichtigkeitsversuche hatten zunächst ein negatives Ergebnis; der auf der Baustelle aufgebrachte Torkret erwies sich bei 3 Atm. Druck durchweg als mehr oder weniger wasserdurchlässig. Den Arbeitern hatte genügende Uebung im Aufbringen der Torkretschicht gefehlt. Die Versuche zeigten aber wenigstens eines deutlich, nämlich die zwingende Notwendigkeit geübter und zuverlässiger Arbeiter beim Torkretieren. Aehnliche Erfahrungen wurden auch bei der Ausführung gemacht. In guter Ausführung ist der Torkret dem Handputz zweifellos überlegen. Die Arbeit bedarf aber ständiger Ueberwachung, und der abspritzende Sand muß stets von den zu torkretierenden Flächen entfernt werden, da er sonst eine Isolierschicht bildet, die ein gutes Haften des Torkretputzes verhindert. Oberregierungsrat Bürner weist in seiner Abhandlung „Die Bauausführung des Walchenseewerkes" auf ähnliche Erfahrungen hin (vergl. „Die Wasserkraft", Jahrgang 1924, Heft 10). Man ist jedenfalls beim „Baukraftverfahren", das den fertigen Mörtel anspritzt, viel weniger von der Zuverlässigkeit des Düsenführers abhängig als beim Torkretieren.

Die Wiederholung der Versuche, die wegen der Dichtung der Sperre und des Stollens äußerst wichtig waren, brachten vorzügliche Ergebnisse. Es wurde auf kreisrunde Platten Torkret aufgespritzt unter Verwendung von Quetsch- und Grubensand und einer Körnung von 1, 2 und 3 mm in einer Stärke zwischen 2 bis 4 cm. Die Platten wurden gemäß der untenstehenden Tabelle unter Wasserdruck von 1 bis 15,8 Atm. gesetzt. Einzelne Platten sind dabei infolge statischer Ueberanstrengung gesprungen. In keinem Fall ist Wasser an der Zylinder- oder der Deckfläche des Betonkörpers zutage getreten. Der Beton selbst hat aber etwas Wasser aufgenommen, wie die nachstehende Tabelle zeigt:

Satz Nr.	Gewichtszunahme nach 24 Std. 1 Atm. Druck	nach 96 Std. 6 Atm. Druck	nach 24 Std. 9 Atm. Druck	nach 24 Std. 15,8 Atm. Dr.
1	91 gr	155 gr	120 gr	22 gr
2	59 „	101 „	112 „	39 „
3	176 „	163 „	156 „	35 „
4	145 „	167 „	158 „	Zersprungen
5	156 „	348 „	279 „	91 gr
6	163 „	215 „	81 „	37 „
7	124 „	207 „	100 „	50 „
8	64 „	296 „ *)	46 **)	—
9	110 „	350 „ *)	39 **)	—

*) 144 Stunden
**) 12,6 Atm.

Dabei bestand die Dichtung aus:

Satz 1: Torkret 2 cm stark, Grubensand bis 1 mm Sandgröße,
„ 2: „ 2 „ „ „ „ 2 „ „
„ 3: „ 2 „ „ Granitquetschsand bis 1 mm Sandgröße.
„ 4: „ 2 „ „ „ „ „ 2 „ „
„ 5: „ 4 „ „ „ „ „ 1 „ „
„ 6: „ 4 „ „ „ „ „ 2 „ „
„ 7: „ 4 „ „ Grubensand bis 2 mm Sandgröße,
„ 8: „ 2 „ „ Granitquetschsand bis 3 mm } Kraftbauverfahren
„ 9: „ 4 „ „ „ „ „ 3 „ }

Das Gewicht der Probekörper betrug im Mittel etwa 35 kg. Die Tabelle zeigt, daß der Grubensand, der in der Hauptsache aus Quarzkörnern besteht, noch etwas günstiger war als der Quetschsand. Die Verstärkung der Dichtungsschicht von 2 auf 4 cm bringt keine Besserung der Dichtung.

Aehnlich günstige Ergebnisse wurden in der Materialprüfungsanstalt in Stuttgart erzielt. Bei 7,5 Atm. Druck erfolgte keinerlei Wasserdurchtritt. Dann wurden, um die Haftfestigkeit des Torkrets festzustellen, die Platten mit fettem Zementmörtel verputzt (mit Ausnahme der Druckfläche, die unverputzt blieb) und auf der unverputzten Seite mit Wasserdruck bis 20 Atm. belastet. Dabei erfolgte schwacher Wasserdurchtritt; ein Loslösen des Torkrets vom Beton konnte nicht beobachtet werden. Bei einer Platte wurde dabei eine Bruchlast von 30 Atm. erreicht.

Die Versuche bestätigen, daß mit Torkret bei guter Arbeit eine durchaus einwandfreie Dichtung der Mauer zu erreichen ist. Dies war für die Schwarzenbachtalsperre um so wichtiger, als das Sperrenwasser nur eine Härte von 1,5 Grad besitzt und neben Spuren von Ammoniak und Humussäuren bis zu 8 mgr freie, aggressive Kohlensäure festgestellt wurden. Bei dem bekannten Kalkhunger des weichen Wassers und der starken Aktivität der aggressiven Kohlensäure muß damit gerechnet werden, daß eine selbsttätige Dichtung, die sonst bei einem nicht ganz dichten Beton oft beobachtet wird, nicht stattfindet. Die Auslaugungen konnten sogar zu einer Verstärkung der Wasserdurchlässigkeit führen, wenn sie nicht von vornherein sehr nieder gehalten wurden. Aus diesen Erwägungen heraus erklärt sich nicht nur die äußerst sorgfältig durchgeführte Dichtung, sondern auch der Zusatz von Traß, der in der Absicht erfolgte, den freien Kalk in kieselsauren, also unlöslichen Kalk überzuführen. Auch der Zusatz von Kalk hatte neben der Absicht, den Beton geschmeidig zu machen, den Zweck, gute Dichtung zu erreichen. Der Kalkzusatz wurde allmählich verringert und schließlich ganz weggelassen. Hierauf wird unten noch näher einzugehen sein.

Die Versuche über günstige Kornzusammensetzung führten zu einer Kurve, wie sie in Abb. 5 in der „erstrebten Kurve" dargestellt ist. Bei einer Mischung 1 : 0 : 0,44 : 4,6 : 6,9 ergibt sich dabei eine Mörtelkurve, bei der durch ein Sieb mit 900 Maschen (0,24 mm Maschenweite) 27,65 v H, durch ein Sieb mit 1 mm Maschenweite 46,4 v H, mit 3 mm Maschenweite 72 v H des trockenen Mörtelgemisches gehen. Graf gibt im „Bauingenieur", Heft 22, Jahrgang 1924, die gleichen Maße zu 25, 33 und 66 v H an. Der Unterschied ist nicht sehr bedeutend und erklärt sich zum Teil noch daraus, daß Prof. Graf für seine Versuche gelochte Siebe verwendet hat, während auf der Baustelle geflochtene Siebe in Verwendung standen mit den Maschenweiten 0,24, 0,63, 2 und 7 mm.*)

Um in der praktischen Ausführung der theoretisch ermittelten Kurve möglichst nahe zu kommen, wurde das gebrochene Material in drei Größen ausgesiebt, und zwar zu 0—7 mm, 7—25 mm und 25—50 mm. Die Korngrößen wurden laufend untersucht, und die

*) Vergl. hierzu auch Graf „Ueber die Kornzusammensetzung des Betons", Bauingenieur 1926, Heft 20.

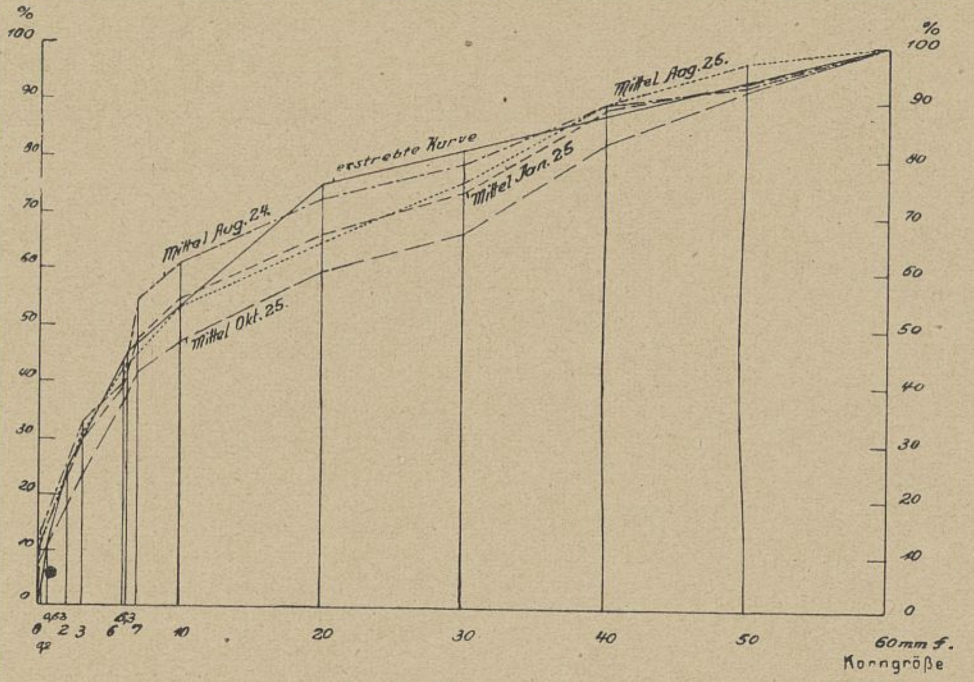


Abb. 5. Kornzusammensetzung.

Einrichtung der Anlage ermöglichte es, aus den Korngrößen 7—25 mm bzw. 25—50 mm laufend solche Mengen abzuzapfen und den Sandmühlen zuzuführen, daß das gewünschte Mischungsverhältnis möglichst erreicht wurde. Die Verschiedenheit des Gesteins brachte zum Teil erhebliche Abweichungen in den anfallenden Körnern. In Abb. 6 sind einige willkürlich gewählte Monatskurven als Mittel der angestellten monatlichen Untersuchungen eingezeichnet.

Die angestellten Versuche führten zu dem Ergebnis, daß, wenn die Sandmischung den zu stellenden Anforderungen entspricht, man bezüglich der Schotterzuschläge nicht gerade ängstlich zu sein braucht. Bei den Schotterzuschlägen handelt es sich ja nur darum, ein möglichst geringes Maß an Hohlraum zu erzielen. Dies wird am besten erreicht, wenn sämtliche Korngrößen über 7 mm in der Schottermischung vertreten sind. Der Unterschied der Hohlräume zeigte sich in Uebereinstimmung mit den Grafschen Versuchen auch bei Schottermischungen verschiedener Zusammensetzung nicht so groß, daß er ein Trennen des Schotters in mehr als zwei Komponenten wirtschaftlich rechtfertigen würde. Im übrigen wird der Mörtel die Hohlräume des Schotters reichlich ausfüllen, wenn von vornherein etwa das Verhältnis 2 : 3 (Sand zu Schotter) eingehalten wird. Nach all den bei den Murgwerkbauten angestellten Versuchen hat sich dieses Verhältnis als günstig erwiesen, während das Verhältnis 1 : 2 zu wenig Sand bzw. zu viel Schotter enthält. Bei Gußbeton ist etwas mehr Sand schon deshalb erwünscht und nötig, damit der Beton gut fließt. Sand und Bindemittel bilden dabei den Träger des Schotters, in dem der letztere so eingebettet sein muß, daß er sich nicht vom Mörtel trennt, also nicht entmischt. Aus einer Reihe von Versuchen wurden bei Granitsand und Granitschotter folgende Hohlräume festgestellt:

Hohlräume bei Sand, lose eingelaufen . . 0,440, Gewicht/l 1,47
Hohlräume bei Schotter, lose eingelaufen 0,474, Gewicht/l 1,38
Hohlräume bei Sand, eingerüttelt . . . 0,296, Gewicht/l 1,85
Hohlräume bei Schotter, eingerüttelt . . 0,411, Gewicht/l 1,54

Dabei war das spezifische Gewicht des Granits zu 2,62 ermittelt.

Bei der magersten Mischung, die bei der Sperre gewählt wurde, nämlich 1 : 0 : 0,6 : 5 : 7,5 und bei der Voraussetzung, daß von den im Mittel zugesetzten 15 v H Wasser (Raumprozente) 12 v H Beton verbleiben, ergibt sich die Betondichtigkeit wie folgt:

Raumteile	Ausbeute	Kittmasse	Hohlräume
1 Zement	0,48	0,48	—
0,6 Traß	0,29	0,29	—
5 Sand	2,80	—	2,20
7,5 Schotter	—	—	3,55
12 vH. Wasser	1,69	1,69	—
	5,26	2,46	—

$$\text{Also Mörteldichtigkeit } \frac{2,46}{2,20} = 1,12,$$

$$\text{Betondichtigkeit } \frac{5,26}{3,55} = 1,48.$$

Der Mörtel verträgt eine weitere Magerung nicht mehr. Im Beton ist noch reichlich Spielraum vorhanden, der aber nur erwünscht sein kann.

Eine Trennung in drei Komponenten dürfte nach unserer Ansicht das mindeste sein, was bei größeren Betonmengen verlangt werden sollte. Will man weitergehen, so sollte der Sand (0,7 mm) noch zerlegt werden. In der praktischen Ausführung führt dies aber, namentlich bei nassem Wetter, insofern zu Schwierigkeiten, als die Trennung des feinen Materials in den Siebtrommeln nicht leicht gelingt.

Die richtige Kornzusammensetzung ist gerade bei großen Gußbetonbauten besonders wichtig, da sie eine Ersparnis an Wasser und damit an Bindemitteln ermöglicht. Daß aber in der Kornzerlegung aus praktischen und wirtschaftlichen Erwägungen heraus Grenzen gezogen sind, ist keine Frage. Auch die beste Kornzusammensetzung wird den Zement nicht ersetzen können, zumal wenn noch Wert auf Wasserdichtigkeit gelegt wird. Bauversuche haben ergeben, daß auch bei guter Körnung 270 kt Zement/cbm Beton erforderlich waren, um den Gußbeton aus Granitquetschsand und Schotter bei kleineren Wasserdrücken wasserdicht zu machen. Bei Steigerung des Zementes um verhältnismäßig geringe Mengen nahm dabei die Wasserdichtigkeit rasch zu.

Die angestellten Versuche führten dazu, in den unteren Schichten der Mauer eine etwas fettere Mischung zu wählen, als ursprünglich vorgesehen war, und zwar die Mischung 1 : 0,5 : 1 : 4 : 6. Diese Mischung wurde ungefähr bis zu der Höhe beibehalten, bei der noch Druckspannungen von 12 kg (Hauptspannungen) zu erwarten waren.

Die nachfolgende Zusammenstellung gibt eine Uebersicht über die verwendeten Mischungen, die dabei verbrauchten Bindemittel und die erzielten Druckfestigkeiten, wobei der Beton für die Würfel aus der Mauer entnommen wurde.

Mischung	Bindemittelbedarf in kg/cbm Beton			Hergestellte Betonmenge cbm	Erzielte Baufestigkeiten kg/qcm			
	Zement	Kalk	Traß		2 Mon.	3 Mon	6 Mon.	9 Mon.
1. 1 : 0,5 : 1 : 4 : 6	169,7	34,5	121,2	7 370	50,1	75,0	85,6	106,2
2. 1,1 : 0,4 : 0,8 : 4 : 6	189,0	27,9	98,2	48 490	94,7	106,5	122,7	138,5
3. 1 : 0,3 : 0,6 : 4 : 6	176,4	21,6	75,9	53 400	65,2	78,3	104,6	124,5
4. 1 : 0 : 0,6 : 5 : 7,5	147,5	0	63,2	28 370	63,8	83,6	103,4	105,0
5. 1 : 0 : 0,44 : 4,6 : 6,9	160,0	0	50,0	76 880	79,5	85,4	100,8	104,1

Die Tabelle zeigt, daß der Kalkzusatz und entsprechend auch der Traßzusatz im Laufe der Bauausführung gemindert wurde. Es bildete sich nämlich bei Kalkzusatz eine Seifenschicht auf dem abbindenden Gußbeton, die vor Weiterbetonierung erst wieder sorgfältig entfernt werden mußte. Offenbar reißen die Wasser- und Luftteilchen, die nach Aufhören des Betonierens aufsteigen, den spezifisch leichten Kalk zum Teil mit sich. Bei warmem Wetter neigte der Beton mit Kalkzusatz auch leichter zu Rißbildungen an der Oberfläche. Eine Erklärung hierfür ist unzweideutig nicht gefunden worden. Die Tatsache aber als solche wurde durch Versuche auf der Baustelle eindeutig festgestellt. Die Kalkwerke selbst veranlaßten daraufhin im Prüfraum Gaber der Technischen Hochschule in Karlsruhe Versuche, um nachzuweisen, ob der Kalkzusatz ein stärkeres Schwinden des Betons zur Folge hat. Die Versuche bestätigten diese Annahme, aber der Unterschied im Schwinden bei den Säulen mit und ohne Kalk war so gering (0,157 mm/lfm), daß hieraus allein die Erscheinungen auf der Baustelle nicht zu erklären sind. Die Annahme liegt nahe, daß auch die Schichten des Betons nahe der Oberfläche stark mit dem von unten mit den Wasserbläschen aufsteigenden Kalk gesättigt, und daß dadurch die beim Abbinden des Betons an der Oberfläche entstehenden Risse begründet sind; die Risse waren zum Teil bis 2 mm breit und auf 15 bis 20 cm Tiefe feststellbar.

Die Festigkeiten der ersten Bauzeit (1923) weisen deutlich darauf hin, daß es erst einer gewissen Zeit bedarf, um die bestmöglichsten Festigkeiten zu erreichen. In den Festigkeiten drückt sich aber auch die Qualität des Zements aus (Eisenportlandzement), die im Jahre 1923 nach Normenversuchen auf der Baustelle die vorgeschriebene Mindesthöhe von 250 kg/cm² kaum überschritten. (Die Ergebnisse der Untersuchungen der Zementfabriken lagen immer etwas höher.)

Die drei verwendeten Zementsorten wiesen bei den Normenversuchen der Baustelle im Jahre 1924 Festigkeiten von 272 bzw. 278,2 bzw. 287,0, im Jahre 1925 Festigkeiten von 279 bzw. 311,5 bzw. 334,1 kg/cm² auf. Die erste Zementsorte wurde im Jahre 1925 nur noch ganz beschränkt verwendet. Bei Zementmischungen verschiedener Herkunft wurden Mittelwerte erzielt.

Die guten Druckergebnisse der Mischungen 4 und 5 liegen darin begründet, daß im Winter 1924/25 im Steinbruch noch eine Vorbrech-

und Waschanlage erstellt wurde, die recht gutes Sandmaterial lieferte, in dem auch die feinsten Teile nicht mehr zu stark vertreten waren. Auf das „zu stark" möchten wir dabei großen Wert legen. Von wissenschaftlicher Seite wurde bei den Voruntersuchungen wiederholt auf die Tatsache hingewiesen, daß der feine Sand (Sandmehl) die Festigkeiten stark herabsetze und entfernt werden sollte. Die Festigkeit ist aber nur eine Eigenschaft, die man vom Talsperrenbeton verlangen muß und die in der nötigen Höhe leicht zu erreichen ist. Nicht minder wichtig sind: gute Fließbarkeit, starke Plastizität und Wasserundurchlässigkeit. Diese drei Eigenschaften werden durch eine gewisse Menge Feinsand günstig beeinflußt, wobei man allerdings nicht den Sand allein, sondern die Gesamtsumme aller im Mörtel vorhandener Feinteile (etwa bis 0,24 mm ∅) zu berücksichtigen haben wird. Die oben errechnete Mörteldichtigkeit 1,12 weist schon deutlich darauf hin, daß ein Zusatz von Feinsand bessernd wirken wird. Wo die obere Grenze des erwünschten Feinsandes liegt, kann im einzelnen Fall wohl nur durch Versuche festgestellt werden. Für die Schwarzenbachmischung wurde eine Zusammensetzung, wie sie die „erstrebte Kurve" in Abb. 5 zeigt, als günstig ermittelt.

Während vor Herstellung der Waschanlage das gesamte kleinkörnige Material, das beim Sprengen mit starken Ladungen in großer Menge anfällt, in die Kippe gefahren werden mußte, da es von verunreinigtem Material nicht zu trennen war, lieferte nach dem Waschen gerade dieses Material einen ausgezeichneten Betonierungssand. Beim Mischungsverhältnis 1 : 3 wurden folgende Ergebnisse erhalten:

Druckfestigkeiten nach	7	28	und 90 Tagen
Normensand	108,7	254,7	345,2
gewaschener Granitsand . .	165,4	338,3	435,8
ungewaschener Granitsand .	108,7	226,4	277,9

Sand, der im Jahre 1924 in die Steinbruchkippe geworfen wurde, ergab nach 28 Tagen an Festigkeit: ungewaschen 5,4 kg, mit Hand gewaschen 225 kg, mit Waschmaschine gewaschen 312 kg/cm². Die wenigen Zahlen erweisen deutlich den Wert der Waschanlage, und zwar in technischer und wirtschaftlicher Hinsicht.

Die Erfahrungen bei der Schwarzenbachtalsperre gehen dahin, daß eine gute Vorbrechanlage mit möglichst großen Brechern (der im Steinbruch eingebaute Kruppbrecher hatte 1,30 : 0,90 m Maulweite), verbunden mit einer Waschanlage, Vorbedingung für den wirtschaftlichen Betrieb des Steinbruchs und damit des ganzen Talsperrenbaues ist. Dabei braucht bei Bruchsteinen natürlich nur das feine Material gewaschen zu werden, während der Anfall des Großbrechers von etwa 12—30 cm Größe ohne Reinigung den Nachbrechern zugeschickt werden kann.

Vergleichende Festigkeiten zwischen Guß- und Stampfbeton zeigt folgende Zusammenstellung:

Die in Klammern beigesetzten Zahlen geben den Prozentsatz an, um den die ausgestimmten Würfel härter sind als die in Holzformen hergestellten Würfel. Die Festigkeitserhöhung beträgt bei sechs Monaten im Mittel etwa 17 v H. Die Firma Siemens-Bauunion hat in gleicher Weise Parallelversuche angestellt und ist auf 16 v H gekommen. Die sehr vorsichtig durchgeführten Versuche sind zweifellos durchaus zuverlässig. Auf Grund negativer Ergebnisse war mit der Firma der Arbeitsvorgang beim Ausstemmen usw. eingehend besprochen.

Stellt man diese Ergebnisse den Versuchsreihen Stampfbeton—Gußbeton gegenüber, so ist daraus zu folgern, daß die Festigkeit des Gußbetons des Bauwerks sich allmählich den Festigkeiten der Stampfbetonwürfel gleicher Mischung stark nähert. Man wird mit etwa 90 v H rechnen können.

Diese Ergebnisse bestätigen Erfahrungen, die man auch bei anderen Gußbetonbauwerken schon gemacht hat; sie stehen aber offenbar im Gegensatz zu den von Prof. A. Abrams aufgestellten Theorien, wonach die Betonfestigkeit in direkter Abhängigkeit vom Wasserzementfaktor steht. Der Widerspruch liegt darin begründet, daß Abrams seine Untersuchungen mit 28tätigen Proben durchgeführt hat. Für Bauwerke, die bald große Festigkeiten verlangen, sind die Versuche von Abrams von größter Bedeutung. Für Talsperren, denen eine Erhärtezeit von einem Jahr oder noch mehr zur Verfügung steht, sind die Theorien nicht zutreffend, sie sind sogar irreführend. Man vermißt diesen Hinweis in den so wertvollen Zusammenstellungen der Schweizer Gußbetonkommission („Erfahrungen beim schweizerischen Talsperrenbau"). Wenn dort auf S. 110 die Folgerung gezogen wird, daß die Betonfestigkeit ungefähr linear mit dem Wasserzusatz abnehme, so widerspricht dies für die für die Sperre allein maßgebenden Festigkeiten der in der gleichen Schrift (S. 153) festgestellten Tatsache, daß sich die Gußbetonfestigkeit der Stampfbetonfestigkeit allmählich stark nähert. Der Nachsatz, daß die nassen Konsistenzen mit dem Alter etwas mehr an Festigkeit gewinnen, trägt u. E. den tatsächlichen Verhältnissen nicht genügend Rechnung. Die Abrams'sche Theorie des Wasserzementfaktors kann auf Talsperrenbeton überhaupt nicht angewendet werden. Damit soll nun keineswegs gesagt sein, daß der Wasserzusatz gleichgültig sei. Wenn Bethke in seiner Studie „Das Wesen des Gußbetons" die beim Gußbeton zu lösende Aufgabe dahin präzisiert: Mit dem niedrigsten Wasserzementfaktor noch eine gießbare Mischung zu erzielen, so wird auch aus der Praxis heraus dem zuzustimmen sein. Die Praxis zeigt zwar, daß bei zu hohem Wasserzusatz die Natur sich gewissermaßen selbst hilft und das Wasser wieder abstößt, wenn dieser Ablauf nur möglich gemacht wird. Das ablaufende Wasser ist dabei klar; es hat aber bei seinem Aufsteigen durch den Beton Zementteilchen mitgerissen, die es auf der Oberfläche als seifige

		Festigkeit in kg/cm² nach:				
		2 Mon.	3 Mon.	6 Mon.	12 Mon.	30 Mon.
Gußbeton	1 : 0 : 0,3 : 4 : 8	67,1 (81,5)	71,4 (70,7)	97,5 (86)	—	—
Stampfbeton	1 : 0 : 0,3 : 4 : 8	82,1	101,1	113,8	—	—
Gußbeton	1 : 0,3 : 0,6 : 4 : 6	85,1 (65)	102,3 (76)	109,2 (76,5)	139,5 (81)	166,0 (74)
Stampfbeton	1 : 0,3 : 0,6 : 4 : 6	130,5	135,5	143,2	172,6	208,1

Die in Klammern beigefügten Zahlen bedeuten die Prozentzahl der Druckfestigkeit des Gußbetons gegenüber dem Stampfbeton. Die Prozentzahlen sind noch besonders interessant im Vergleich mit folgenden Ergebnissen.

Aus der Talsperre wurden auf vorsichtigste Weise Körper herausgearbeitet, und zwar einmal nach einer Erhärtungsdauer von 14 Tagen (erster Satz), das zweitemal nach einer Erhärtungsdauer von fünf Monaten. Die Körper wurden würfelförmig abgespitzt. Aus der Mischung des Bauwerks waren beim Gießen an der betreffenden Stelle Probewürfel (30 : 30 cm) entnommen worden, die in feuchtem Sande aufbewahrt wurden. Damit waren für beide Würfelarten ungefähr die gleichen Vorbedingungen geschaffen. Die Bauwerkswürfel wurden vor dem Drücken nach vorsichtigem Abspritzen auf den beiden Druckflächen mit Glattstrich ausgeglichen. Die Ergebnisse waren:

	2 Monate	3 Monate	6 Monate
1. Satz:			
Ausgestemmte Würfel	79,9 (7,5%)	105,6 (26,5%)	123,0 (20,5%)
Probewürfel	74,35	83,5	102,1
2. Satz:			
Ausgestemmte Würfel	—	—	147,5 (13,8%)
Probewürfel	—	—	129,6

Schlammschicht ablagert. Im Beton selbst bilden sich dabei kraterartige Gebilde, die auf den Probekörpern und auf der Mauer zu beobachten sind. Bild 31 der Schrift von Bethke zeigt deutlich die dabei entstandenen Wasseradern, die die Wasserdichtigkeit und die Druckfestigkeit beeinträchtigen müssen. Der Zement, der in der Schlammschicht beseitigt wird, fehlt natürlich im Beton. Das Fehlen der Schlammschicht ist bei guter Fließbarkeit des Betons das beste Kriterium des richtigen Wasserzusatzes. Solange die Schlammschicht fehlt, ist ein kleines Mehr an Wasser jedenfalls nicht bedenklich.

Der Gußbeton erreicht aber allmählich nicht nur nahezu die Festigkeit des Stampfbetons mit gleicher Zementdosierung, er ist dem Letzteren infolge seiner Homogenität und Wasserdichtigkeit zweifellos weit überlegen.

Die Frage des Traßbeisatzes wurde eingehend untersucht. Die Wichtigkeit der Vormischung der Bindemittel muß nach den gemachten Erfahrungen betont werden. Sie war bei der Ausschreibung verlangt, wurde aber zunächst aufgegeben, da die Firma Gutachten namhafter Fachleute beibrachte, die die Vormischung als entbehrlich hielten. Versuche zeigten aber, daß gut vorgemischte Bindemittel eine Festigkeitssteigerung bis zu 15 v H brachten gegenüber Mörtel, bei dem die Bindemittel (Zement, Traß) nicht vorgemischt waren. Im Schrifttum ist wohl noch nie darauf hingewiesen worden, daß diese Festigkeitssteigerung infolge inniger Vormischung der Bindemittel erst nach längeren Zeiträumen eintritt. Sie ist nach 2 bis 3 Monaten noch kaum bemerkbar, tritt aber dann immer klarer in Erscheinung. Eingehende Versuche hierüber wurden, veranlaßt

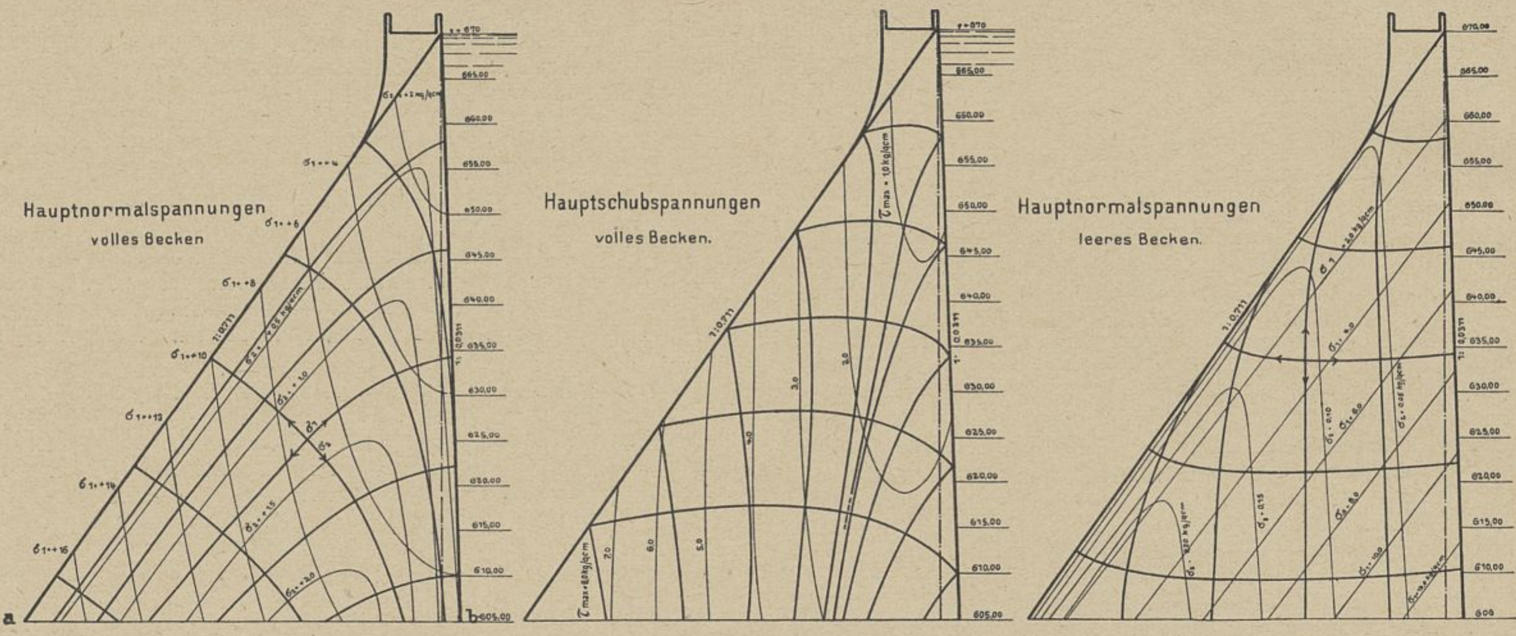


Abb. 6. Spannungstrajektorien und Größe der Hauptspannungen bei 0,35 t/cbm Auftrieb und $\gamma = 2{,}225$ t/cbm. Maßstab 12 mm = 10 m.

durch die Erfahrungen bei der Schwarzenbachtalsperre, bei den Vorarbeiten für die Schluchseebauten durch das Badenwerk (Tiefbauabteilung) angestellt.

Die beim Schwarzenbachwerk gemachten Erfahrungen führten dazu, daß noch während des Baues der Einbau von Vormischern seitens der Bauverwaltung verlangt wurde. Man sollte hierauf bei größeren Bauten nicht verzichten. Das späte Zunehmen der Festigkeit bei Traßzusatz scheint doch auf die gute Wirksamkeit der aufgeschlossenen Kieselsäure im Traß hinzudeuten, die den freien Kalk im Bauwerk allmählich in kiesellauren Kalk überführt.

Schließlich sei noch eine Vergleichsreihe zwischen bayerischem und rheinischen Traß angeführt:

	Druckfestigkeit in kg/cm² nach:				
	2 Monaten	3 Monaten	6 Monaten	9 Monaten	12 Monaten
rh. Tr.	68,3	83,7	104,6	107,7	116,7
b. Tr.	68,7	78,7	95,2	103,5	117,1

Für die Ausschalungszeiten gibt folgender Versuch wertvolle Hinweise:

Mischung: 1 : 0,4 : 0,8 : 4 : 6.

Druckfestigkeit in kg/cm² nach:		
4 Tagen	6 Tagen	8 Tagen
13,1	18,2	21,4

Bemerkt mag noch werden, daß sämtliche Versuche in Holzformen 30/30 ausgeführt wurden. Die Versuche nach 4 Wochen wurden bald aufgegeben, da sie keine brauchbare Werte lieferten. Will man rasch Ergebnisse haben, so muß man Mörtelwürfel herstellen.

Schließlich wurden noch einige Körper im Laboratorium Probst auf Frostbeständigkeit, hauptsächlich bezüglich des Torkrets, untersucht. Die Körper hatten das Mischungsverhältnis 1 : 0 : 0,6 : 5 : 7,5 und ließen bei Beginn der Probe nach zweimonatlicher Erhärtung eine Festigkeit von etwa 65 kg erwarten. An einer Seite war eine 2 cm starke Torkretschicht aufgeblasen. Die Körper wurden in rascher Aufeinanderfolge Temperaturen von + 15 bis — 12 Grad ausgesetzt. Nach sechsmaligem Gefrieren und Auftauen zeigte der Mörtel die ersten Anzeichen der Zermürbung. Er sprang z. T. ab, so daß Schotterstücke plastisch heraustraten. Der aufgebrachte Torkret zeigte nach dem 13. Gefrieren kleine Angriffserscheinungen, die aber im weiteren Verlauf oberflächlicher Natur blieben. Ein Ablösen des Torkrets vom Beton wurde nicht beobachtet. Der Versuch brachte bezüglich des Torkrets gute Ergebnisse. Volle Frostbeständigkeit des Betons wurde bei der geringen Festigkeit nicht erwartet.

Das Raumgewicht des Gußbetons wurde im Mittel aus den vielen Versuchen zu 2,23 ermittelt. Dabei war festzustellen, daß die Probekörper mit zunehmendem Alter nicht etwa an Gewicht verloren, sondern eher etwas gewannen. Deutlich ist bei den vielen Probewürfeln auch der Zusammenhang zwischen Raumgewicht und Festigkeit bemerkbar. Die Körper großer Festigkeit zeigen in auffallender Gesetzmäßigkeit auch das größere Raumgewicht.

Der Berechnung der Sperre wurde ein Raumgewicht von 2,225 zugrunde gelegt, das wie folgt ermittelt wurde: $0{,}25 \times 2{,}60 + 0{,}75 \times 2{,}1$ = rd. 2,225. Es waren also 25 v H Steineinlagen vorausgesetzt worden. Erreicht wurden 19,78 v H, so daß sich das tatsächliche Raumgewicht der Kernmauer ergibt zu: $0{,}198 \times 2{,}62 + 0{,}802 \times 2{,}23$ = rd. 2,3.

Sperrmauerberechnung. Die Berechnung der Sperrmauer war ursprünglich nach Vorschlägen des Baudirektors Link in Essen so erfolgt, daß eine größte zulässige Normalspannung von 13 kg/cm² angenommen wurde. Auf Grund der Versuche wurde seitens der Bauverwaltung der Beschluß gefaßt, noch etwas weiter zu gehen und eine größte Normalspannung von 15 kg/cm² zuzulassen. Professor Probst, Karlsruhe, ist in seinem Gutachten vom 30. Juli 1923 dem Standpunkte der Bauverwaltung beigetreten. Er befürwortete in Erwartung eines größeren Raumgewichtes ein noch etwas schlankeres Profil. Die Bauverwaltung konnte sich hierzu nicht entschließen. Das Verhältnis von Breite zur Höhe ist bei der Schwarzenbachmauer 0,742, unter Berücksichtigung des Umstandes, daß die Spitze des Dreiecks 1,5 m über dem höchsten Wasserspiegel liegt für die Höhe von 65 m 0,762, liegt also wesentlich unter dem Verhältnis, das man im Wäggital und bei der Barberine gewählt hat.

Die Staumauer wurde darauf neu berechnet unter Zugrundelegung eines Unterdruckes, der von der vollen statischen Druckhöhe auf der Wasserseite linear bis Null nach der Luftseite hin abnimmt. Dabei wurde nach den von Link in seiner Abhandlung „Die unmittelbare Querschnittbestimmung der Staumauern" entwickelten Grundsätzen bei der ungünstigsten Beanspruchung mit offener, wasserseitiger Fuge gerechnet und die Bedingung gestellt, daß die normale Druckspannung luftseitig den Betrag von 15 kg/cm² dabei nicht überschreitet. Als „Regelspannung" (vergl. Link) ergaben sich bei 65 m Mauerhöhe 14,5 kg, so daß also Fußdreiecke nicht nötig wurden. Die größte Hauptspannung wurde zu 17,4 kg ermittelt.

Neben dieser Berechnungsart wurde zum Vergleich noch eine Berechnung durchgeführt, wobei in der Erfassung des Wasserinnendruckes den Ausführungen von Fillunger (vergl. Oesterr. Zeitschrift f. d. öffentlichen Baudienst 1913) gefolgt wurde unter der äußerst ungünstigen Annahme eines Porenvolumens von 35 v H. Dabei ermäßigt sich das Raumgewicht von 2,225 auf 1,875. Die Annahmen ergaben noch etwas günstigere Werte als die Unterdrucksverteilung in Dreieckform. Mit Hilfe des Mohrschen Spannungskreises wurde Größe und Richtung der Hauptspannungen festgelegt. Abb. 6 zeigt den endgültigen Mauerquerschnitt mit Richtung und Größe der Hauptspannungen unter den Fillungerschen Annahmen.

(Fortsetzung folgt.)

Der dreißigjährige Kaiser-Wilhelm-Kanal.

Seine Vorgeschichte, Entwicklung und Bedeutung.

Von Oberregierungsbaurat K. Wulle in Kiel.

(Schluß von Seite 38.)

VI. Betrieb und Verkehr auf dem Kaiser-Wilhelm-Kanal.

Grundzüge des Kanalbetriebes. Unter der Leitung des Reichskanalamts Kiel — das dem Reichsverkehrsministerium untersteht — nehmen die Wasserstraßenämter Brunsbüttelkoog und Holtenau sowie das Wasserstraßenmaschinenamt Saatsee bei Rendsburg die technischen Angelegenheiten und Verwaltungsgeschäfte wahr und versieht das Wasserstraßenverkehrsamt Kiel — dessen Vorstand, der Betriebsdirektor, in Brunsbüttelkoog und Holtenau je einen Hafenkapitän als örtlichen Vertreter hat — die mit der Schiffahrt unmittelbar zusammenhängenden Geschäfte der Betriebsverwaltung.

Der Betriebsverwaltung untersteht das nichttechnische, überwiegend seemännisch geschulte Schleusen- und Weichenpersonal, das wegen des ununterbrochen Tag und Nacht durchlaufenden Schiffahrtsbetriebes recht umfangreich sein muß, und das Kanallotsenwesen.

Als Beamte tätig sind vier Oberlotsen und einige Lotsen, diese in den Hafenämtern der beiden Endstellen, hauptsächlich als Betriebsbeamte für die Regelung des Schiffahrtsbetriebes.

Die den eigentlichen Lotsdienst ausübenden Kanallotsen, die sich zurzeit aus 154 Streckenlotsen und 18 Hafenlotsen (letztere nur in Brunsbüttel) zusammensetzen, sind nicht beamtet, arbeiten aber unter amtlicher Aufsicht der Kanalverwaltung. In Holtenau sind die Streckenlotsen zugleich Hafenlotsen für die Einfahrt in die Schleusen. Dies ist in Brunsbüttel nicht angängig, wo in der Einfahrt an der Elbe die Wasserstände und Strömungen immerfort wechseln und wegen des starken Schlickfalls ständig mit 2—3 großen Saugebaggern an der Erhaltung der Solltiefen der Fahrrinne gearbeitet werden muß und jährlich 4—5 Millionen Kubikmeter Schlick zu beseitigen sind.

Die Streckenlotsen lotsen das Schiff in der Regel nicht durch den ganzen Kanal, sondern wechseln auf der Lotsenstation Nübbel, westlich von Rendsburg (Abb. 16).

Auf dem Kaiser-Wilhelm-Kanal herrscht Lotszwang. Nicht lotspflichtig sind nur ganz kleine Fahrzeuge, die von den eigenen Schiffsführern der Kanalverwaltung geführten Schiffe und Schleppzüge sowie kleinere Schiffe — insbesondere Dampfer mit weniger als 500 Br. R. T. und 3 m Tiefgang sowie Motorsegler bis 100 Br. R. T. — deren Führer in einer Prüfung die genügende Kenntnis der „Betriebsordnung für den Kaiser-Wilhelm-Kanal" nachgewiesen haben. Die vielen Besonderheiten der Schiffahrt im Kaiser-Wilhelm-Kanal, die Menge und Verschiedenartigkeit der verschiedenen Fahrzeuge vom kleinen Küstenmotorsegler und geschleppten Leichter bis zum Ozeanriesen und geschleppten Schwimmdock, die zahlreichen zur Regelung und Sicherung des gleichzeitigen Verkehrs in beiden Richtungen notwendigen Vorschriften und Signale erfordern es, daß im Kanal regelmäßig nicht ohne Lotsen gefahren werden darf und daß als Lotsen nur eigens hierfür ausgebildete „Schiffer mit der Befähigung zu großer Fahrt" tätig sein dürfen. Bestimmungsgemäß gelten die Lotsen dabei als „Berater" der Schiffsleitung, nicht als Schiffsführer.

Den bei weitem größten Teil des Kanalverkehrs machen die allein, mit eigener Kraft fahrenden Schiffe aus, meistens Dampfer, neuerdings in steigender Zahl auch Motorschiffe. Der kleinere Teil, etwa nur ein Zehntel des Gesamtnettoraumes, muß durch den Kanal geschleppt werden, wovon etwa vier Fünftel auf privat geschleppte Leichter und Schuten, meistens große Seeleichter, entfallen.

Der verbleibende kleine Rest besteht in Segelschiffen, fast nur kleinen Küstenseglern, die in Rotten bis zu 8 Fahrzeugen durch eigene Schlepper der Kanalverwaltung durch den Kanal gebracht werden. Die Kanalverwaltung hat zwar kein Vorrecht mit diesem Schleppbetrieb; doch übt sie ihn ohne volle Deckung der Selbstkosten aus, weil den Küstenschiffern durch den Bau des Kaiser-Wilhelm-Kanals die früher auf dem Eiderkanal ausgeübte Treidelei verlorengegangen ist und das Reich aus volkswirtschaftlichen Gründen den seemännisch hervorragend tüchtigen Berufsstand der Küstenschiffer in seinem schweren Wirtschaftskampfe unterstützen und erhalten will. Wegen der verhältnismäßig niedrigen Schleppgebühren benutzen die Küstensegler diesen Kanalschleppbetrieb fast ausnahmslos; indessen nehmen sie durch ihren allmählichen Uebergang zum Hilfsmotor und damit zum Alleinfahren in den letzten Jahren ihn immer weniger in Anspruch, da die reinen Segler auf dem Küstenfrachtenmarkt nicht mehr recht wettbewerbsfähig bleiben.

Für das Ein- und Ausschleusen werden jetzt im öffentlichen Verkehr nur noch die neuen Schleusen verwendet. Die alten Schleusen werden zwar betriebsfähig erhalten, dienen aber lediglich hin und wieder für Zwecke der Kanalverwaltung und verbleiben schließlich auch als Notreserve, wozu bisher allerdings kein Anlaß vorlag.

Auf der Kanalstraße selbst wird die Durchfahrt jedes Schiffes und Schleppzuges von den Betriebsabteilungen der Hafenämter in Brunsbüttelkoog und Holtenau mit Hilfe der elf Weichenstationen, die mit Signalmasten ausgerüstet und Tag und Nacht besetzt sind, verfolgt und durch telephonische oder telegraphische Befehle geregelt; namentlich ist dies nötig für das Begegnen und Ueberholen in den Weichen, das vorgeschrieben ist bei großen Schiffen mit mehr als 6,1 m Tiefgang, bei sehr schweren, tiefgehenden Schleppzügen und bei schwierigen Transporten, wie Docks, Schwimmkränen und dergl. Im übrigen begegnen und überholen die Schiffe, auch die Schleppzüge, einander an jeder beliebigen Stelle der Kanalstrecke.

Um einen geregelten Betrieb ohne Gefahr für die Kanalanlagen und die Fahrzeuge durchführen zu können, ist für die Fahrt eine Höchstgeschwindigkeit von 15 km in der Stunde (vor der Kanalerweiterung nur 10 km!) und eine Mindestgeschwindigkeit, insbesondere für Schleppzüge, von 9 km in der Stunde festgesetzt. Die mittlere Zeit der Durchfahrt durch den Kaiser-Wilhelm-Kanal beträgt bei den mittleren Dampfern (6—8 m Tiefgang) knapp 8 Stunden für die eigentliche Kanalfahrt, wozu im Mittel noch etwa 1½ Stunden für Durchschleusen und Warten vor der Kanaleinfahrt kommen, insgesamt also rd. 9½ Stunde im Mittel für die ganze Fahrt zwischen Elbe und Kieler Förde; sie hängt dabei auch mehr oder weniger von Witterungseinflüssen, namentlich Nebel, und von Dichte und Art des herrschenden Verkehrs ab.

Im Vergleich zu den beiden anderen großen Seekanälen, dem Suezkanal und dem Panamakanal, stellt sich der Schiffahrtsbetrieb auf dem Kaiser-Wilhelm-Kanal — der einen annähernd gleich großen Wasserquerschnitt hat wie jene — als der bei weitem lebhafteste und dichteste dar. Während die beiden fremden Kanäle zur Zeit (nach dem mittleren Ergebnis von 1924 und 1925) von etwa 5000 Schiffen jährlich befahren werden, aber meist von sehr großen (mittlerer Raumgehalt etwa 4000 N. R. T.) und ein Verkehr von mehr als 20 Schiffen täglich schon als außergewöhnlich stark gilt, ist die Zahl der den Kaiser-Wilhelm-Kanal durchfahrenden abgabepflichtigen Schiffe, die überwiegend von kleiner bis mittlerer Größe sind (im Mittel um 350 N. R. T. schwankend — Einfluß der zahlreichen kleinen Küstensegler und Motorschiffe, Leichter usw.!), im Durchschnitt der Jahre 1922—1925 etwa 43 000, also reichlich das Achtfache jener Zahl. Hieraus erhellt, wie viel umfangreicher und vielseitiger insofern die Betriebsleistungen des Kaiser-Wilhelm-Kanals, besonders zu den Zeiten des stärksten Verkehrsandrangs, sind als die des Suezkanals und des Panamakanals, von denen sich im übrigen nach Anlage und Einrichtungen nur der letztere, nicht aber der sehr viel einfachere, schleusenlose Suezkanal dem Kaiser-Wilhelm-Kanal an die Seite stellen darf.

Der Zeitgewinn, den die Benutzung des Kaiser-Wilhelm-Kanals gegenüber der oft gefahrvollen Fahrt um Skagen bringt, ist zwar bescheiden im Vergleich zu der Zeitersparnis

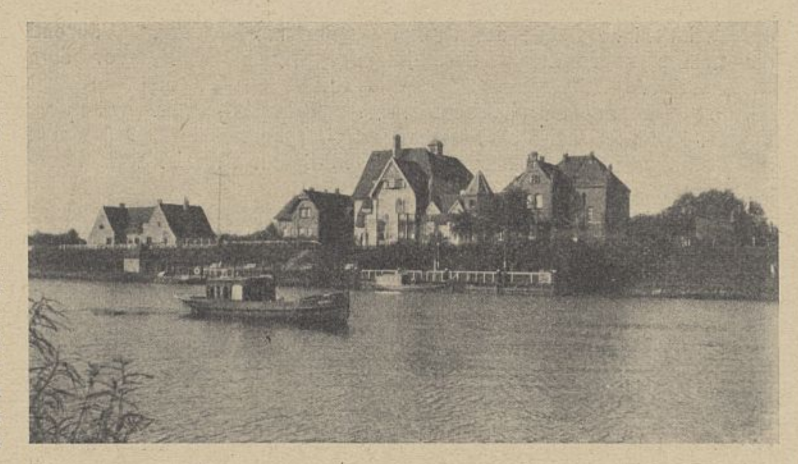


Abb. 16. Lotsenstation Nübbel bei Rendsburg.

Übersicht I.

Weg- und Zeitgewinne durch den Kaiser-Wilhelm-Kanal

für einen mittleren Frachtdampfer und für alle Ostseehäfen östlich der Linie Stralsund—Malmö

Nach der Ostsee von	A. Weg um Skagen bis zum Schnittpunkt aller Wege gegen Möen Reisegeschwindigkeit = 8,5 Seemeilen/Std. Länge Seemeilen	A. Fahrzeit Stunden	B. Weg mit Benutzung des Kaiser-Wilhelm-Kanals bis zum Schnittpunkt aller Wege gegen Möen (wie bei A.): Außerhalb des Kaiser-Wilhelm-Kanals Reisegeschwindigkeit = 8,5 Seemeilen/Std. Länge*) Seemeilen	Fahrzeit Stunden	Im Kaiser-Wilhelm-Kanal, zulässige Geschwindigkeit = 8,1 Seemeilen/Std. Länge Seemeilen	Fahrzeit Stunden	Insgesamt Länge (Sp. 4 + 6) Seemeilen	Insgesamt Fahrzeit**) (Sp. 5 + 7 + i. M. 3 Std) Stunden	Gewinne bei Benutzung des Kaiser-Wilhelm-Kanals an Wegelänge (Sp. 2 - 8) Seemeilen	an Fahrzeit (Sp. 3—9) Stunden	Bemerkungen
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Hamburg	577	67,9	168	19,8	51,9	6,4	219,9	29,2	357,1	38,7	
Bremerhaven . . .	519	61,0	214	25,2	51,9	6,4	265,9	34,6	253,1	26,4	Gewinn gilt auch für alle Unterweserhäfen
Emden	538	63,3	256	30,1	51,9	6,4	307,9	39,5	230,1	23,8	
Amsterdam . . .	619	72,8	379	44,6	51,9	6,4	430,9	54,0	188,1	18,8	
Rotterdam . . .	649	76,4	409	48,1	51,9	6,4	460,9	57,5	188,1	18,9	
Antwerpen . . .	715	84,1	475	55,9	51,9	6,4	526,9	65,3	188,1	18,8	Gewinn gilt auch für die Schiffe von und nach dem Aermelkanal bzw. dem Atlantischen Ozean
Dover	705	82,9	481	56,6	51,9	6,4	532,9	66,0	172,1	16,9	
London	734	86,4	514	60,5	51,9	6,4	565,9	69,9	168,1	16,5	
Hull	649	76,4	477	56,1	51,9	6,4	528,9	65,5	120,1	10,9	
Hartlepool . . .	629	74,0	500	58,8	51,9	6,4	551,9	68,2	77,1	5,8	
Newcastle	629	74,0	504	59,3	51 9	6,4	555,9	68,7	73,1	5,3	

Bemerkungen: *) Hiervon 128 Seemeilen auf die Strecke zwischen Holtenau und dem Wegeschnittpunkt gegen Möen (Dänische Insel).

**) Höchste Fahrgeschwindigkeit = 15 km = 8,1 Seemeilen in der Stunde (1 Seemeile = 1,852 km) im K-W-Kanal,

damit Durchfahrtszeit durch den Kanal zwischen den Schleusen 96,15 km oder 51,9 sm) = $\frac{96,15}{15}$ oder $\frac{51,9}{8,1}$ = 6,4 Stunden

dazu durchschnittlicher Aufenthalt im Kanal: a) für Warten vor den Schleusen . . . . = 0,5 Stunden

(reichlich angesetzt) b) für 2 Schleusungen 2 · 0,5 . . . . = 1,0 Stunden

c) für Weichen, Begegnen usw. im Kanal . . . = 1,5 Stunden

zusammen = 3,0 Stunden

Ganze Kanalfahrt also = 6,4 + 3,0 = 9,4 Stunden im Durchschnitt, zwischen Elbe und Kieler Föhrde.

des Suezkanals und des Panamakanals, aber immerhin für viele Schiffe noch so beträchtlich, daß er in Verbindung mit der Sicherheit der Kanalfahrt dem Kaiser-Wilhelm-Kanal dauernd einen sehr lebhaften Verkehr zuführt. Zahlreiche Fahrzeuge der Ostseeschiffahrt, namentlich solche mit Deckladung (hauptsächlich schwedisches und finnisches Holz) sind bei nicht sehr günstigem Wetter überhaupt auf die Kanalbenutzung angewiesen.

Die obenstehende Uebersicht (I) zeigt, welche Gewinne an Weglänge und Fahrzeit ein gewöhnlicher Frachtdampfer im Verkehr zwischen den Nordseehäfen und den östlich der Linie Stralsund—Malmö gelegenen Ostseehäfen durchschnittlich erzielt. Hierbei kann der gemeinschaftliche Schnittpunkt sämtlicher Schiffswege in der Ostsee gegenüber der dänischen Insel Möen und die durchschnittliche Reisegeschwindigkeit in See nach neueren Beobachtungen in günstiger Jahreszeit etwa zu 8,5 Seemeilen (= rd. 15,8 km) in der Stunde angenommen werden.

Entwicklung und gegenwärtige Beschaffenheit des Kanalverkehrs. Der Verkehr im Kaiser-Wilhelm-Kanal zeichnet sich zahlenmäßig durch eine im allgemeinen stetige Entwicklung aus, die nur in den Kriegs- und Nachkriegsjahren 1914—1919 durch einen starken Rückgang unterbrochen worden ist, danach aber wieder einen bedeutenden Aufschwung genommen hat. Dieser Aufschwung, belebt durch die lebhafte Verkehrszunahme an deutschen und während der Inflationsjahre 1920 bis 1923 besonders auffallend an ausländischen Schiffen, betraf nicht so sehr die Anzahl der Schiffe wie vielmehr ihren Raumgehalt; die durchschnittliche Größe der Dampfer nahm merklich zu. Während die größte Jahresanzahl der abgabepflichtigen Schiffe vor dem Kriege, 57 366 im Rechnungsjahre 1912, bisher noch nicht erreicht ist, ist der größte abgabepflichtige Jahresschiffsraum vor dem Kriege, 10 349 929 Nettoregistertonnen im Rechnungsjahre 1913, schon im Rechnungsjahre 1922 mit fast 14 Millionen N. R. T. weit überschritten worden.

Näheres ergibt die nebenstehende Uebersicht II der Verkehrsentwicklung auf dem Kaiser-Wilhelm-Kanal mit abgabepflichtigen Schiffen im Gesamtverkehr.

Hierin sind enthalten die vorwiegend zur gewerblichen Beförderung von Personen und Gütern bestimmten Fahrzeuge (Haupttarifgruppe A) sowie erst vom 1. Januar 1921 als abgabepflichtig die Kriegsschiffe (seit 1919 nur wenig Durchfahrten) und die nicht im Dienst des Deutschen Reichs und der deutschen Länder tätigen Dienstfahrzeuge (Tarifgruppe B). Die übrigen, nicht vorwiegend zur gewerblichen Beförderung von Personen und Gütern bestimmten Fahrzeuge (Tarifgruppe C), die nur einen sehr geringen Bruchteil des Verkehrs ausmachen, sind nicht eingerechnet.

Uebersicht II

Abgabepflichtige Schiffe, die den Kaiser Wilhelm-Kanal befahren haben **(im Gesamtverkehr).**

Rechnungsjahr	überhaupt Zahl	überhaupt N.R.T.	davon fuhren unter deutscher Flagge v. H. des Gesamtverkehrs Zahl	N.R.T.	durchschnittliche Größen in N.R.T. überhaupt	mit Ladung vH des Gesamtverkehrs Zahl	N.R.T.
1	2	3	4	5	6	7	8
1895	16 834	1 505 983	88,9	68,1	89,5	71,2	82,7
1896	19 960	1 848 458	89,5	68,2	92,6	66,4	80,2
1897	23 108	2 469 795	87,9	69,3	106,9	69,1	82,0
1898	25 816	3 117 840	87,3	68,2	120,8	68,7	82,2
1899	26 279	3 488 767	85,1	65,1	132,8	72,0	84,4
1900	29 045	4 282 094	85,7	61,6	147,4	70,9	84,4
1901	30 161	4 285 301	85,4	62,1	142,1	67,8	83,6
1902	32 010	4 573 834	84,9	62,4	142,9	66,0	82,6
1903	32 038	4 990 287	83,3	59,2	155,8	66,2	83,9
1904	32 623	5 270 477	83,6	59,3	161,6	68,6	84,2
1905	33 147	5 796 949	82,0	58,4	174,9	69,7	82,4
1906	33 158	5 963 125	82,2	59,4	179,8	67,6	81,7
1907	34 998	6 423 441	81,2	57,9	183,5	67,7	82,1
1908	32 576	5 853 114	81,1	58,4	179,7	67,6	81.9
1909	38 547	6 527 698	82,8	60,1	169,3	66,0	81.2
1910	45 569	7 579 339	83,5	61,1	166,3	63,2	80,2
1911	52 817	8 478 261	84,4	60,6	160,5	60,5	79,9
1912	57 366	9 924 237	83,9	58,3	173,0	60 1	80,3
1913	53 382	10 349 923	82,3	57,2	193,9	63,9	81,9
1914	27 395	4 227 513	88.5	68,1	154,3	55,8	76,5
1915	16 208	3 944 930	100,0	100,0	243,4	51,8	69,8
1916	18 546	4 979 174	100,0	100,0	268,5	48,9	67,5
1917	18 597	5 505 528	100,0	100,0	296,0	49,3	63,6
1918	15 929	4 720 132	99,9	99,9	296,3	48,7	61,9
1919	18 991	4 423 325	89,8	69,9	232,9	54,1	68,1
1920	25 877	9 062 190	75,3	36,8	350,2	55,6	72,4
1921	32 552	9 384 639	79,4	45,1	288,3	57,2	77,8
1922	42 845	13 972 444	72,7	39 7	326,1	60,1	78,8
1923	40 622	14 791 549	73,0	43,7	364,1	62.6	79,0
1924	45 843	14 072 215	77,7	50,9	307,0	64,0	78,9
1925	41 350	14 463 588	74.4	50,5	349,8	68,2	78,1

Bemerkung zu Spalte 6.

Die durchschnittliche Größe war **1895** unter deutscher Flagge 68,6 N. R. T., unter fremder Flagge 256,0 N. R. T.; dagegen **1925** = 237,9 bzw. 674,5 N. R. T. Das Verhältnis war also 1895 = 1 : 3,7 und 1925 = 1 : 2,9.

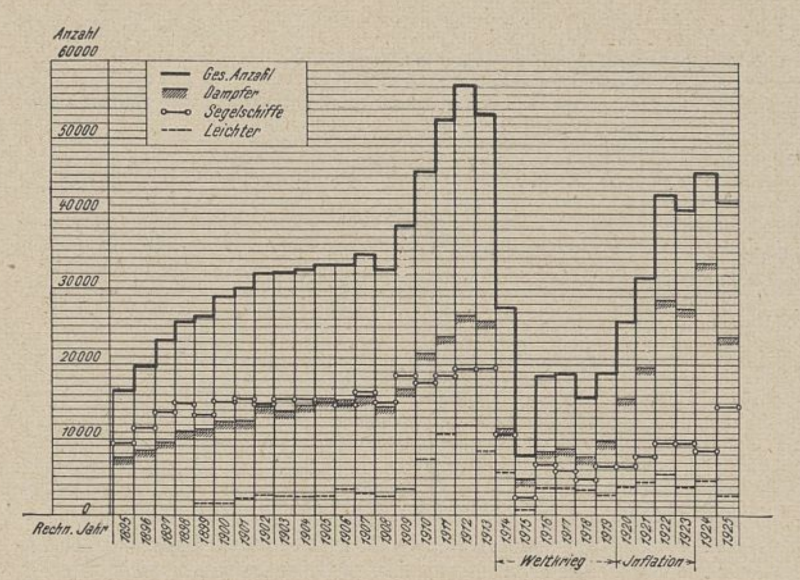


Abb. 17. Uebersicht über den Verkehr im Kaiser-Wilhelm-Kanal (Gesamtverkehr). Nach der Anzahl der abgabepflichtigen Schiffe. (1895—1898 sind die Leichter bei den Seglern mitgezählt, von 1925 ab die Segler mit Hilfsmotor nicht mehr bei den Dampfern.)

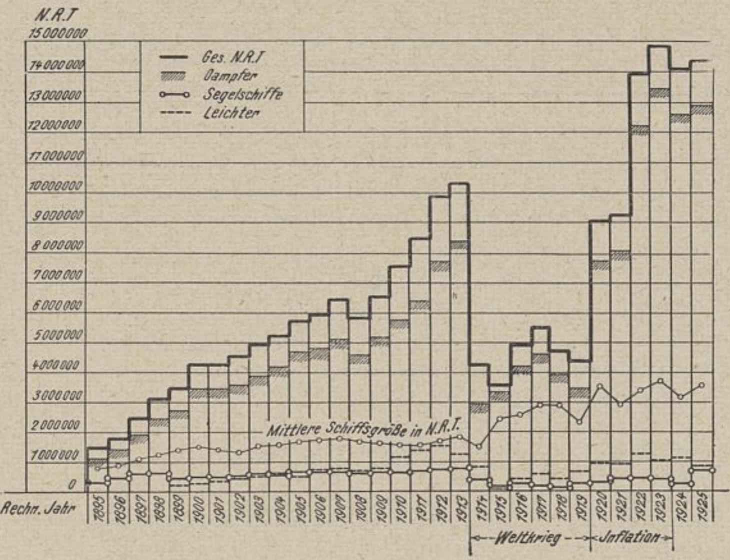


Abb. 18. Uebersicht über den Verkehr im Kaiser-Wilhelm-Kanal (Gesamtverkehr). Nach dem Raumgehalt der abgabepflichtigen Schiffe (Netto Reg.-Tonnen). (1895—1898 sind die Leichter bei den Seglern mitgezählt, von 1905 ab die Segler mit Hilfsmotor nicht mehr bei den Dampfern).

Das erste Jahr 1895 = „Betriebsjahr" — 1. Juli 1895 bis 30. Juni 1896, dann von 1896 ab = „Rechungsjahre" — 1. April bis 31. März.

1 N. R. T. (Nettoregistertonne) = 2,83 cbm nutzbarer Schiffsraum (Abb. 17 und 18).

Das Rechnungsjahr 1925 zeigt, gegenüber einem kleinen Rückgange i. J. 1924 wegen allgemeiner Wirtschaftsflaute, schon wieder eine erfreuliche Zunahme im Tonnenraum und in der durchschnittlichen Schiffsgröße, trotz wesentlich ungünstigerem Winter, so daß die Höchstzahl N. R. T. des Rechnungsjahres 1923 beinahe wieder erreicht ist. Der Verkehrsanstieg läßt für 1926 ihre Ueberschreitung erwarten.

Bemerkenswert ist vergleichsweise folgende Uebersicht III der drei „Weltkanäle", abweichend von obigem Verzeichnis II nach Kalenderjahren aufgestellt, aber überall nach N. R. T. deutscher Vermessung.

Uebersicht III.

Verkehr im Kalenderjahr	Kaiser-Wilhelm-Kanal 1000 N. R. T.	Suez-Kanal 1000 N. R. T.	Panama-Kanal 1000 N. R. T.
1913	10 292	16 200	—
1922	12 805	16 466	9 134
1923	15 405	17 924	14 885
1924	13 434	19 807	20 919
1925	14 695	21 052	18 284

Von den beiden fremden Seekanälen, die anders als der Kaiser-Wilhelm-Kanal nur Verbindungswege der internationalen Schiffahrt mit sehr großen Fahrzeugen sind, weist der Suezkanal eine mehr gleichmäßige, der Panamakanal eine mehr sprunghafte Entwicklung auf. Diese war beim Panamakanal hauptsächlich die Folge einer überaus raschen Zunahme der Erdölverschiffung, die aber übrigens im Rechnungsjahre 1925 (dort 1. Juli—30. Juni) um rund 40 v H gegen das Vorjahr zurückgegangen ist, was auch dem Gesamtverkehr des Panamakanals eine erhebliche Einbuße gebracht hat.

Die nachstehenden Uebersichten und Zahlenangaben aus dem letzten Rechnungsjahre 1925 sollen einen ungefähren Einblick in Art und Zusammensetzung des Verkehrs im Kaiser-Wilhelm-Kanal gewähren.

Die monatliche Verkehrsgröße wechselt in den einzelnen Jahren natürlich sehr je nach der Witterung, namentlich der mehr oder weniger strengen Art des Winters; dann aber auch unter dem Einfluß des Schiffsfrachtenmarktes und besonderer Wirtschaftserscheinungen, z. B. auf dem Kohlenmarkte, dem baltischen Holzmarkte, von großen Streiks usw. Der Winterfrost wirkt auf den Kanalverkehr übrigens in der Regel nur mittelbar durch mehr oder weniger lange und starke Vereisung der Ostseehäfen ein. Der Kaiser-Wilhelm-Kanal selber ist seit seinem Bestehen durch Eis nur einmal wenige Tage unbefahrbar gewesen, nämlich bei dem überaus langdauernden strengen Froste Anfang 1922 — und auch dann erst, als alle in Betracht kommenden Ostseehäfen und die ganze Kieler Förde bis weit in See gänzlich vereist und für alle Schiffe unzugänglich waren und als auch auf der anderen Seite, auf der Unterelbe, wegen des dichtgedrängten schweren Treibeises selbst große Dampfer nur noch mit Mühe und Gefahr sich bewegen konnten. Sonst ist es mittels der verkehrenden größeren Schiffe selbst und mittels der eigenen Dampfer der Kanalverwaltung bisher noch immer gelungen, die Durchfahrt durch den Kanal für Dampfer offen zu halten, wenn auch das Eis sie für hölzerne Segelschiffe und für Schleppzüge zeitweise hinderte.

Hieraus ist zu erkennen, daß die deutschen Dampf- und Motorschiffe (ohne Segel) zwar die fremden an Zahl weit übertreffen, die letzteren aber von 750 N. R. T.-Größe aufwärts wesentlich zahlreicher sind. Die Segelschiffe (ohne und mit Hilfsmotor, der immer mehr eingebaut wird) gehören fast ganz den unteren Tarifklassen unter 500 N. R. T. Größe an, überwiegend der deutschen Flagge. Der Verkehr mit geschleppten Seeleichtern und Schuten ist fast ganz deutsch.

Vom abgabepflichtigen Gesamtverkehr, der sich aus Durchgangsverkehr (mit ganzer Kanalbefahrung) und Teilstreckenverkehr

Uebersicht IV

Verkehr

im Kaiser-Wilhelm-Kanal und seine Verteilung nach Monaten

im Rechnungsjahr 1925

Gesamtverkehr

Monat	Anzahl der abgabepflichtigen Schiffe				Raumgehalt der abgabepflichtigen Schiffe in N. R. T.			
	Dampfschiffe	Segelschiffe	Leichter u. Schut.	zusammen	Dampfschiffe	Segelschiffe	Leichter u. Schut.	zusammen
1925								
April	1 701	1 292	224	3 217	889 216	62 929	52 469	1 004 614
Mai	2 024	1 662	296	3 982	1 148 290	79 690	77 416	1 305 396
Juni	2 055	1 425	287	3 767	1 208 859	70 102	81 689	1 360 650
Juli	2 133	1 723	307	4 163	1 195 472	77 094	84 716	1 357 282
August	2 283	1 658	320	4 261	1 291 432	76 921	82 727	1 451 080
Septb.	2 169	1 217	279	3 665	1 223 120	61 400	73 139	1 357 659
Oktob.	2 189	1 175	2 2	3 576	1 275 816	62 055	59 625	1 397 496
Novb.	2 284	1 300	228	3 812	1 278 758	71 156	65 787	1 415 701
Dezb.	2 023	552	243	2 818	1 080 799	36 131	68 412	1 185 342
1926								
Januar	1 847	719	220	2 786	929 397	37 218	64 167	1 030 782
Februar	1 397	961	145	2 503	675 926	40 592	42 053	758 571
März	1 551	1 107	142	2 800	749 569	50 967	38 479	839 015
zusammen	23 656	14 791	2 903	41 350	12 946 654	726 255	790 679	14 463 588
in Hundertleil.	57,3	35,7	7,0	100,0	89,5	5,0	5,5	100,0

Bemerkung: Zu den „Dampfern" werden alle Motorschiffe ohne Segel gezählt. Als „Segelschiffe" gelten Segler ohne oder mit Hilfsmotor. „Leichter und Schuten" haben keine eigene Fortbewegung und werden durch Privatschlepper befördert.

Übersicht V. Rechnungsjahr 1925

Größenverteilung im Gesamtverkehr der abgabepflichtigen Schiffe der Tarifgruppe A.

(Vorwiegend zur gewerblichen Beförderung von Personen und Gütern bestimmte Fahrzeuge)

Schiffsgröße in N. R. T.	Dampfer und Motorschiffe		Segelschiffe (mit und ohne Hilfsmotor)		Leichter und Schuten		Zusammen		Anteil am Ganzen
		davon deutsch v H		davon deutsch v H		davon deutsch v H		davon deutsch v H	v H
Anzahl									
Bis zu 100	4 975	95,4	13 148	84,6	894	99.8	19 017	88,1	47,6
101 — 500	8 670	72.1	938	56,8	1 474	96,6	11 082	74,1	27,7
501 — 750	4 202	49,9	5	—	429	99.1	4 636	54,4	11.6
751 — 1000	1 812	36,3	—	—	99	100,0	1 911	39,6	4,8
1001—1500	1 837	29.8	9	89,0	—	—	1 846	30,1	4,6
1501—2500	972	46,1	—	—	1	—	973	46,1	2,4
über 2500	511	25,4	—	—	—	—	511	25,4	1,3
Insgesamt = ...	22 979		14 100		2 897		39 976		100,0
In Hundertteilen = . .	57,5		35,3		7.2		100,0		
Raumgehalt N. R. T.									
Bis zu 100	231 753	91,6	537 216	79,6	49 297	99,8	818 266	84,3	5,7
101 — 500	2 610 243	70.4	170 929	54,1	391 893	96,6	3 173 065	72,5	22.3
501 — 750	2 582 172	48 9	2 654	—	264 469	98,9	2 849 295	53,5	20,0
751—1000	1 539 057	36,6	—	—	82 343	100,0	1 621 400	39,8	11,4
1001—1500	2 234 308	30,4	10 748	88,6	—	—	2 245 056	30,7	15,8
1501—2500	1 871 514	45,3	—	—	1 754	—	1 873 268	45,2	13,2
über 2500	1 652 784	23,6	—	—	—	—	1 652 784	23,6	11,6
Insgesamt = ...	12 721 831		721 547		789 756		14 233 134		100,0
In Hundertteilen = . .	89,4		5,1		5,5		100,0		

(mit nur teilweiser Kanalbefahrung) zusammensetzt, machte der Durchgangsverkehr aus (in Hundertteilen):

Nach:	Dampfer u. Motorschiffe v. H.	Segelschiffe (mit u.ohneHilfsmotor) v. H.	Leichter u. Schuten v. H.	Alle Schiffe zusammen v. H.
Anzahl	86,3	68,1	60,3	77,9
N. R. P.	96,4	78,9	79,9	94,6

Wie sich die abgabepflichtigen Schiffe des Rechnungsjahres 1925 im Durchgangsverkehr nach Anzahl und Nettoraumgehalt auf die deutsche Flagge und die hauptsächlichen fremden Flaggen verteilen, zeigt die nachstehende Uebersicht VI. Auf die deutsche Flagge entfallen etwa zwei Drittel der Schiffszahl und etwa einhalb des Raumgehalts, trotz Besserung in den letzten Jahren immer noch weniger als vor dem Kriege. Dann folgen als stärkste: der Zahl nach die Dänen, Schweden und Niederländer, dem Nettoraume nach die Schweden, Engländer und Dänen.

Vom abgabepflichtigen Gesamtverkehr bewegten sich in den Richtungen:

Brunsbüttelkoog—Holtenau = 19 925 Schiffe mit 6 733 027 N. R. T.
Holtenau—Brunsbüttelkoog = 21 425 Schiffe mit 7 730 561 N. R. T.
oder in Hundertteilen des Gesamtverkehrs:
Brunsbüttelkoog—Holtenau = 48,2 v H Schiffe und 46,6 v H N. R. T.
Holtenau—Brunsbüttelkoog = 51,8 v H Schiffe und 53,4 v H N. R. T.

Der stärkere Verkehr in der Ost—West-Richtung (= 53,4 v H des Gesamtraumes) hat seinen Grund darin, daß viele Schiffe nicht in regelmäßiger Linienfahrt den Kanal hin und zurück benutzen, sondern mit Stückgütern, Kohlen usw. auf der Fahrt zur Ostsee öfters bei günstigem Wetter und mit Rücksicht auf anzulaufende Häfen den Weg um Skagen wählen, für die Rückfahrt aus der Ostsee mit voller Ladung — besonders häufig mit hoher Deckslast von Holz — und bei ungünstigem Wetter aber den Weg durch den Kanal vorziehen.

Übersicht VI.

Lfd. Nr.	Flagge (1925)	Zusammen Anzahl	Zusammen Raumgehalt N. R. T.	Gesamt Anzahl in %	Gesamt Raumgehalt N. R. T. in %
1	Deutsche. . . .	22 272	6 759 651	69,10	49,40
2	Amerikanische. .	44	166 842	0,14	1,22
3	Belgische . . .	26	23 402	0,08	0,17
4	Britische. . . .	924	1 155 103	2,87	8,44
5	Dänische. . . .	2 496	1 119 130	7,74	8,18
6	Danziger. . . .	217	130 187	0,67	0,95
7	Französische . .	146	217 699	0,45	1,59
8	Japanische . . .	6	25 662	0,02	0,19
9	Niederländische .	1 687	707 204	5,24	5,16
10	Norwegische . .	920	840 079	2,85	6,14
11	Russische . . .	313	299 878	0,97	2,19
12	Finnische . . .	457	334 031	1,42	2,44
13	Schwedische . .	2 286	1 386 270	7,09	10,13
14	Sonstige	438	519 966	1,36	3,80
	Zusammen .	32 232	13 685 104	100,00	100,00

Näheres über die Fahrtziele gibt die folgende Uebersicht VII.

Nebenbei bemerkt, gingen durch die Rendsburger Verbindungsschleuse im Kalenderjahre 1925: 774 Schiffe mit 68 294 N. R. T. (im Durchschnitt der Kalenderjahre 1919—1925: 815 Schiffe mit 51 796 N. R. T.) von und zu der Untereider, also ein wenig beträchtlicher Verkehr.

Den größten Anteil am Kanalverkehr — und wohl auch den größten Nutzen von ihm — haben hiernach im West—Ost-Verkehr der Zahl nach und dem Schiffsraume nach die deutschen Ostseehäfen; im Ost—West-Verkehr der Zahl nach die Elbhäfen (fast gänzlich Hamburg!) und dem Schiffsraume nach die britischen Häfen. Die größten Schiffszahlen werden dabei wesentlich durch die in der Verteilung der Großraumfrachten tätigen Küstensegler, die größten Tonnenräume durch die größeren Dampfer bestimmt. Der überragende Gewinn Hamburgs durch den Kaiser-Wilhelm-Kanal, der Hamburg zum „westlichsten Ostseehafen“ neben seiner Bedeutung als „östlichster Nordseehafen“ gemacht hat, tritt deutlich in Erscheinung.

Übersicht VII.

Verteilung des Gesamtverkehrs nach den einzelnen Hafengruppen

Hafengruppe (1925)	Es kamen von (Herkunftshäfen) Schiffe	in %	N. R. T.	in %	Es gingen nach (Bestimmungshäfen) Schiffe	in %	N. R. T.	in %
Deutsche Ostseehäfen . . .	5 292	12,8	1 353 082	9,4	6 131	15,0	1 723 388	11,9
Häfen des Freistaates Danzig	1 178	2.8	744 825	5,1	813	2.0	553 211	3,8
Russische Häfen	364	0,9	349 771	2,4	667	1,6	527 470	3,6
Finnische „	1 774	4.3	1 324 976	9.2	850	2.1	609 521	4,2
Baltische „	790	1,9	456 616	3,1	422	1,0	271 895	1,9
Schwedische „	3 059	7 4	2 053 524	14,2	2 327	5,6	1 472 837	10,0
Norwegische „	242	0,6	127 592	0.9	179	0.4	105 403	0,8
Dänische „	5 058	12,2	922 672	6,4	6 026	14,6	1 247 766	8,6
Häfen d. Kanals u. der Eider .	5 147	12.5	455 169	3,1	5 127	12,4	397 324	2,7
Elbhäfen . . .	12 000	29,0	2 220 367	15,4	10 617	25,6	1 797 149	12,4
Deutsche Nordseehäfen . .	1 607	3,9	737 150	5,1	1 681	4,1	782 911	5.4
Britische Häfen	1 520	3,7	1 092 512	7,6	2 455	5,8	1 829 871	12,7
Niederländische u. Rheinhäfen .	2 190	5,3	1 665 879	11,5	2 212	5,4	1 684 133	11,6
Belgische Häfen	637	1,5	431 087	3.0	878	2,1	629 086	4,3
Französische „	98	0,2	96 856	0,7	509	1,2	406 539	2,8
Andere westl. u. südliche Häfen	394	1,0	426 510	2.9	456	1,1	425 084	2,9
Zusammen .	41 350	100,0	14 463 588	100,0	41 350	100,0	14 463 588	10,00

Uebersicht VIII.

Die beladenen Schiffe im Gesamtverkehr beförderten, gerechnet in Hundertteilen ihres Gesamtnettoraumes (N. R. T.) im Rechnungsjahre:

	1924	1925
Personen	2,4 v H	0,9 v H
Kohlen	11,1 „	11,4 „
Steine	0,5 „	0,7 „
Eisen	1,3 „	1,2 „
Holz	25,2 „	22,6 „
Getreide	4,3 „	5,9 „
Vieh	0,1 „	0,3 „
Andere Massengüter .	20,1 „	19,4 „
Stückgüter *)	32,6 „	34,2 „
Gemischte Ladungen .	2,4 „	3,4 „
	100,0 v H	100,0 v H

Vom Gesamtverkehr überhaupt entfielen auf leer oder in Ballast fahrende Schiffe in den Rechnungsjahren 1924 und 1925 der Zahl nach 36,0 v H bzw. 31,8 v H und dem Nettoraum nach 21,1 v H bzw. 21,9 v H. Die Aenderung in den letzten Jahren ist offentlichtlich unbedeutend.

Gegenüber der Vorkriegszeit hat die Beförderung von Getreide und Stückgütern merklich abgenommen, diejenige von Kohlen (englischen) und Holz (zumeist finnischem) dagegen bedeutend zugenommen. Wie Uebersicht II zeigt, ist der Prozentsatz der beladenen Schiffe im Gesamtverkehr, der nach dem Kriege hinter dem Vorkriegssatze stark zurückgeblieben war, ihm allmählich wieder nahegekommen (Abb. 19 und 20).

*) Oft nicht voll beladene Schiffe.

Kanalabgaben. Bei weitem nicht so wie auf den Binnenwasserstraßen wird der Verkehr auf dem Kaiser-Wilhelm-Kanal durch die von der Schiffahrt zu zahlenden Abgaben beeinflußt. Eine im Vergleich zu den geldlichen Vorteilen der Kanalfahrt übermäßige Höhe der Kosten der Kanalbenutzung würde wohl mehr Schiffe zu der Fahrt um Skagen veranlassen. Doch ist nach den gemachten Beobachtungen diese Wirkung bei der üblichen Höhe der Kanalabgaben, die nur auf annähernde Deckung der Selbstkosten des Kanalbetriebes hinzielt, recht gering und wird die Wahl des Schiffahrtsweges durch ganz andere Gesichtspunkte ausschlaggebend bestimmt; namentlich durch die Zeitersparnis und Sicherheit des Kanalweges, ferner durch die Kohlenpreise und die Verfassung des Schiffsfrachtenmarktes, d. h. die Frage, ob ein kleines oder großes Angebot an Schiffsraum besteht und deshalb die Zeit mehr oder weniger kostbar ist.

Die Befahrungsabgaben, die bei weitem die Hauptsache ausmachen, und das Kanallotsgeld müssen von fast allen Schiffen getragen werden. Von ersteren befreit sind nur die Fahrzeuge des Deutschen Reichs und der deutschen Länder, die Aufsichtszwecken oder der Unterhaltung der Kanal- und Stromanlagen des Reichs und der Länder dienen, sowie Dienstfahrzeuge des Reichs und der Länder, die auf dem Kanal dienstliche Aufgaben zu erfüllen haben. Nicht lotspflichtig sind nur die von Schiffsführern der Kanalverwaltung geführten Fahrzeuge und Schleppzüge sowie Schiffe von beschränkter Größe, deren Führer vor der Kanalverwaltung eine Sonderprüfung abgelegt haben.

Die Kanalabgaben (Befahrungsabgaben) im Durchgangsverkehr mit beladenen Schiffen — nach dem zurzeit geltenden Tarif vom 30. November 1924 — gerechnet für je eine Nettoregistertonne, beginnen mit 0,30 RM für die Schiffe bis 100 N. R. T., eine Sonderstufe zur Schonung der Kleinschiffahrt, und fallen dann bei den größeren Schiffen von 0,40 RM für die ersten 500 N. R. T. stufenweise bis 0,10 RM für die über 2500 N. R. T. hinausgehenden N. R. T. Leer oder in Ballast fahrende Schiffe zahlen 20 v H weniger. Im Teilstreckenverkehr wird für jede angefangene Teilstrecke von 5 km ein Zwanzigstel der genannten Sätze erhoben.

Winterzuschlag (Oktober bis einschließlich März) = 10 v H. Abzüge für jede Durchfahrt nach der 10. bzw. 18. Durchfahrt des gleichen Schiffes im Laufe eines Kalenderjahres = 40 bzw. 60 v H.

Das Kanallotsgeld (Tarif vom 1. April 1924) beträgt im Durchgangsverkehr 1,00 RM für jedes Zehntelmeter des größten Tiefgangs und außerdem 0,05 bis 0,06 RM für jede N. R. T., je nach Größe des Schiffes abgestuft; im Teilstreckenverkehr 10 v H davon für jede angefangene Teilstrecke von 10 km. Winterzuschlag (Oktober bis einschließlich März) = 15 v H.

Die anderen Tarife, auch der Hafenabgabentarif für die kanaleigenen Häfen, fallen sehr viel weniger ins Gewicht und können hier im einzelnen übergangen werden.

An Kanalabgaben und Kanallotsgeld zusammen sind im Jahresdurchschnitt des gesamten abgabepflichtigen Nettotonnenraumes eingenommen worden für 1 N. R. T.:

im ersten Jahre 1895 (Betriebjahr) im Mittel	0,60 RM
im Rechnungsjahre 1900 im Mittel	0,50 RM
im „ 1905 „	0,48 RM
im „ 1910 „	0,47 RM
im „ 1913 „	0,46 RM
im „ 1924 „	0,46 RM
im „ 1925 „	0,42 RM

Die Abnahme von 1924 auf 1925 beruht auf einer Ermäßigung des Kanalabgabentarifs (Ende 1924) und auf einer Vermehrung der größeren Schiffe.

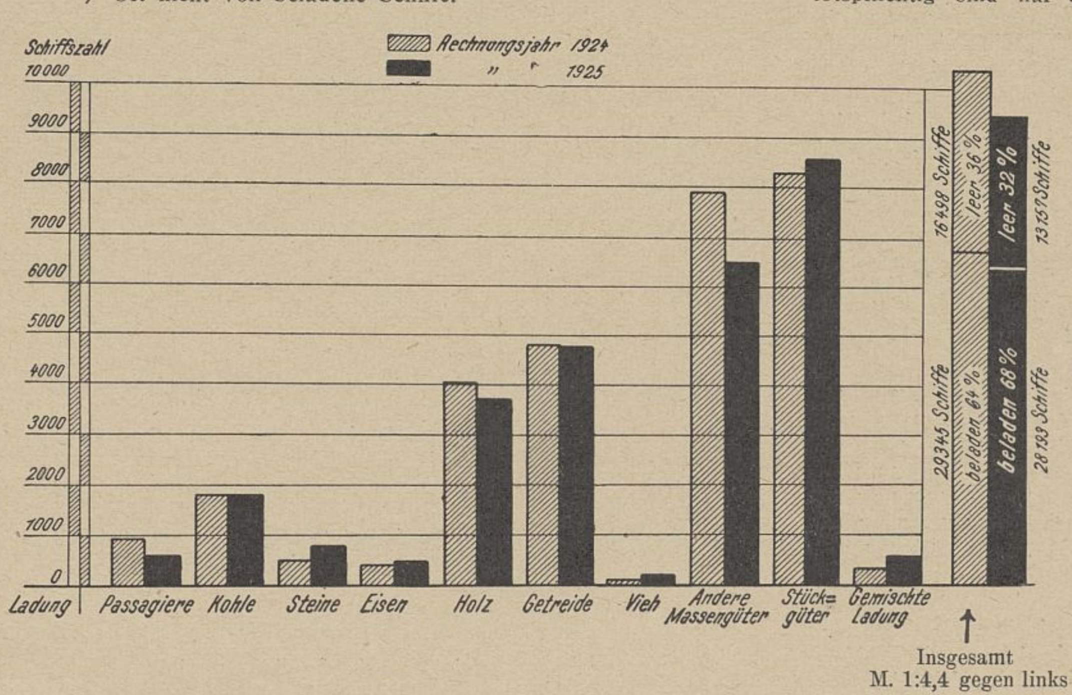


Abb. 19. Darstellung des Ladungsverkehrs im Kaiser-Wilhelm-Kanal in den Rechnungsjahren 1924 und 1925 nach der Schiffszahl (Vom Gesamtverkehr).

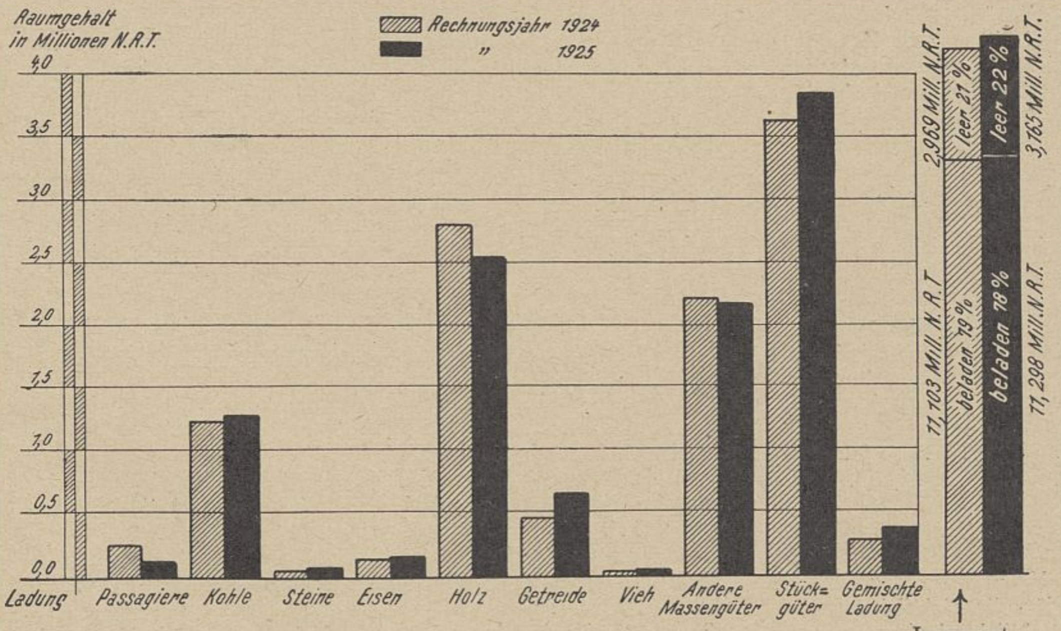


Abb. 20. Darstellung des Ladungsverkehrs im Kaiser-Wilhelm-Kanal in den Rechnungsjahren 1924 und 1925 nach dem Raumgehalt (N. R. T.). (Vom Gesamtverkehr.)

Seit dem 7. November 1921 kommt dazu für diejenigen Schiffe, die auch die Unterelbe unterhalb von Brunsbüttelkoog befahren, also von der Nordsee kommen oder zu ihr gehen, das im Gegensatz zur Vorkriegszeit gesondert erhobene „Elblotsgeld", das etwa 25 v H der gesamten Kanalabgaben dieser Schiffe ausmacht, von dem aber $^4/_{10}$ auf die Kanalabgaben angerechnet werden. Trotzdem fährt auch bei diesen Schiffen, alle diese Kosten zusammengerechnet, die N. R. T. jetzt durchschnittlich nicht teurer, sondern billiger durch den Kaiser-Wilhelm-Kanal als vor dem Kriege, wenn dagegen gehalten wird, daß die allgemeine Preissteigerung der hier in Betracht kommenden Löhne, Betriebsstoffe, Unterhaltungskosten usw. der Schiffahrt im ganzen gleichzeitig mindestens zu 40—50 v H angenommen werden kann.

Demgegenüber steht, daß die eigenen Einnahmen des Kaiser-Wilhelm-Kanals die notwendigen Ausgaben für ihn noch nicht decken. Hierin liegt eine weitgehende, durch volkswirtschaftliche Erwägungen bestimmte Rücksichtnahme der für die Gestaltung des Abgabentarifs maßgebenden Stellen, des Reichsverkehrsministeriums und des Reichsrats, auf die Belange der den Kaiser-Wilhelm-Kanal benutzenden deutschen Schiffahrt, die durch den unglücklichen Kriegsausgang besonders schwer getroffen worden ist und nicht nur an ihrem Wiederaufbau zu arbeiten, sondern auch dauernd, unter ungünstigeren Bedingungen als zur Vorkriegszeit, mit einem verstärkten ausländischen Wettbewerb zu ringen hat.

Daß die Vorteile, die der Kaiser-Wilhelm-Kanal mit seinen Einrichtungen und Abgabesätzen der deutschen Seeschiffahrt bietet, in gleichem Maße auch der ausländischen Schiffahrt zugute kommen, ist eine Folge des für die ganze deutsche Wirtschaft so drückenden Versailler Friedensvertrages von 1919, der zwar die Verwaltung des Kaiser-Wilhelm-Kanals rein deutsch und selbständig gelassen, aber doch starke und fühlbare Bindungen für sie geschaffen hat.

Gesondert von allen anderen deutschen Wasserstraßen behandelt der Versailler Friedensvertrag den Kaiser-Wilhelm-Kanal in Teil XII, sechster Abschnitt: „Bestimmungen über den Kieler Kanal" (Art. 380 bis 386). Diese erscheinen wichtig genug, um hier wörtlich wiedergegeben zu werden, zumal sie wenig bekannt sein dürften.

Artikel 380.

„Der Kieler Kanal und seine Zugänge sollen allen mit Deutschland im Frieden befindlichen Nationen für ihre Handels- und Kriegsschiffe gleichberechtigt frei und offen stehen."

Artikel 381.

„Angehörige, Eigentum und Schiffe aller Mächte sollen den Kanal sowohl in bezug auf Abgaben und Erleichterungen als auch in jeder anderen Hinsicht in vollster Gleichberechtigung benutzen können. Es darf kein Unterschied zuungunsten von Angehörigen, Eigentum und Schiffen irgendeiner Macht gegenüber Angehörigen, Eigentum und Schiffen Deutschlands oder einer meistbegünstigten Nation gemacht werden. Der Verkehr von Personen oder Schiffen darf keinen anderen Beschränkungen unterworfen werden als solchen, die sich aus Polizei-, Zoll-, Sanitäts-, Aus- oder Einwanderungsvorschriften ergeben oder aus Vorschriften, die sich auf Ein- und Ausfuhr von verbotenen Gütern beziehen. Diese Vorschriften müssen angemessen und einheitlich sein und dürfen den Verkehr nicht unnötig behindern."

Artikel 382.

„Für Benutzung des Kanals und seiner Zugänge dürfen nur solche Abgaben erhoben werden, die dem Zweck dienen, die Kosten für die Aufrechterhaltung der Schiffbarkeit des Kanals und seiner Zugänge oder deren Verbesserung in gerechter Weise zu decken, oder um die Ausgaben zu bestreiten, die im Interesse der Schiffahrt gemacht werden. Der Abgabentarif ist nach diesen Unkosten zu berechnen und in den Häfen anzuschlagen.

Die Abgaben sollen in einer Weise erhoben werden, daß jegliche Einzeluntersuchung von Ladungen unnötig wird, ausgenommen in Fällen, in denen Verdacht des Betruges oder von Uebertretung besteht."

Artikel 383.

„Güter im Durchgangsverkehr können versiegelt oder unter Aufsicht von Zollbeamten gestellt werden; das Ein- und Ausladen von Gütern und die Ein- oder Ausschiffung von Reisenden soll nur in den von Deutschland bezeichneten Häfen stattfinden."

Artikel 384.

„Außer den in diesem Vertrag vorgesehenen Abgaben sollen keine anderen Abgaben irgendwelcher Art im Kanal oder seinen Zugängen erhoben werden."

Artikel 385.

„Deutschland ist verpflichtet, geeignete Maßnahmen zur Beseitigung von Hindernissen oder Gefahren für die Schiffahrt zu treffen und die Aufrechterhaltung guter Schiffahrtsbedingungen sicherzustellen. Deutschland darf keine Arbeit irgendwelcher Art ausführen, welche die Schiffahrt im Kanal oder an seinen Zugängen behindern könnte."

Artikel 386.

„Im Falle der Verletzung irgendeiner der Bedingungen der Artikel 380 bis 386 oder des Streites über die Auslegung dieser Artikel kann jede beteiligte Macht das Gericht in Anspruch nehmen, das zu diesem Zweck vom Völkerbund eingesetzt wird.

Um zu vermeiden, daß der Völkerbund mit unwichtigen Fragen befaßt wird, wird Deutschland in Kiel eine lokale Behörde schaffen, die berufen ist, in erster Instanz über Streitigkeiten zu entscheiden und nach Möglichkeit Klagen abzustellen, die durch die konsularischen Vertreter der interessierten Macht vorgebracht werden."

Auch aus diesen „Bestimmungen" tritt die wirtschaftliche und völkerrechtliche Bedeutung des Kaiser-Wilhelm-Kanals als internationale Verkehrsstraße deutlich hervor, zugleich aber die für Deutschland damit geschaffene Schwierigkeit, ihnen jederzeit und in allen Fällen gerecht zu werden.

Schlußbemerkung.

Der Kaiser-Wilhelm-Kanal, erbaut und betrieben mit den besten Mitteln neuzeitlicher Technik, verbindet in unübertrefflicher Weise die Nordsee mit der Ostsee, die atlantische mit der baltischen Welt; er dient wirkungsvoll dem Güteraustausch und der Völkerverbindung, indem er Tag und Nacht der Seeschiffahrt einen kurzen, sicheren Weg bietet und den weiten, gefährlichen Umweg um das sturm- und opferreiche Skagen erspart.

Es darf gehofft werden, daß dies so bleiben wird, wenn auch Schwankungen in der Entwicklung nicht ausgeschlossen sind. Immerhin erscheinen nach dem bisherigen Verlaufe die weiteren Aussichten günstig und sie werden es um so mehr, je mehr das Wirtschaftsleben der durch den Kanal an die Nordsee und den transatlantischen Verkehr näher angeschlossenen Ostseegebiete, namentlich der größeren deutschen Ostseehäfen und der baltischen Ostländer, erstarken wird.

Literatur.

Woltman, Beyträge zur Baukunst schiffbarer Kanäle. Göttingen 1802.

Loewe, Geschichte des Nord-Ostsee-Kanals. Festschrift zu seiner Eröffnung am 21. Juni 1895. Verlag W. Ernst u. Sohn, Berlin. 1895.

Fülscher und Hans W. Schultz, Der Bau des Kaiser-Wilhelm-Kanals. Zeitschrift für Bauwesen 1896—1899. (Erweiterter Sonderdruck, 2 Bände, Verlag Wilhelm Ernst u. Sohn, Berlin. 1898).

Engels, Versuche über die Aufschlickung der Mündung des Kaiser-Wilhelm-Kanals bei Brunsbüttelkoog (a. d. Elbe). Zentralblatt der Bauverwaltung 1906.

Groth, Die Erweiterung des Kaiser-Wilhelm-Kanals. Zentralblatt der Bauverwaltung 1914.

Gährs und Prietze, Die Betriebseinrichtungen beim Bau der neuen Ostseeschleusen des Kaiser-Wilhelm-Kanals. Zeitschrift für Bauwesen 1913.

Prietze, Die Neueinrichtung der Streckenbeleuchtung am Kaiser-Wilhelm-Kanal. Zentralblatt der Bauverwaltung 1914.

Menningen, Die Ufersicherung unter der Hochbrücke Levensau bei der Erweiterung des Kaiser-Wilhelm-Kanals. Zentralblatt der Bauverwaltung 1914.

Voß, Die Straßenhochbrücke bei Holtenau. Die Straßendrehbrücke bei Rendsburg. Die Eisenbahnhochbrücke und die Eisenbahnverlegung bei Rendsburg. Zentralblatt der Bauverwaltung 1914 (3 Aufsätze).

Voß, Der Einbau des Schwebeträgers der Eisenbahnhochbrücke Hochdonn. Zentralblatt der Bauverwaltung 1919.

Klatt, Wohnhäuser des Kaiser-Wilhelm-Kanals. Zentralblatt der Bauverwaltung 1916.

Gillitzer, Querhelling auf der Werft Saatsee bei Rendsburg für den Kaiser-Wilhelm-Kanal. Zentralblatt der Bauverwaltung 1919.

Lohmeyer, Beseitigung der Kreuzermole und Binnenhafenkaimauer vor den neuen Ostseeschleusen des Kaiser-Wilhelm-Kanals. Zeitschrift für Bauwesen 1921.

Rogge, Die Entwässerung des Kaiser-Wilhelm-Kanals und der Bau des Entwässerungssiels bei Holtenau. Zeitschrift für Bauwesen 1921.

Rogge, Prengel, Dr. Schinkel und Linnemann, Die neuen Ostseeschleusen des Kaiser-Wilhelm-Kanals. Zeitschrift für Bauwesen 1923.

Hayßen, Die Verwendung der alten Holtenauer Südschleuse als Trockendock. Zentralblatt der Bauverwaltung 1926.

Statistisches Reichsamt, Monatshefte, („Wirtschaft und Statistik") und Vierteljahrshefte, insbes. aus 1925 und 1926.

Erweiterte Theorie für die Berechnung von Schleusenböden und ähnlichen Gründungskörpern.

Von Dr.-Ing. **A. Freund** in Schwedt a. O.

I. Teil.

Die physikalischen und praktischen Grundlagen der Theorie.

1. Zur Einleitung. Die Theorie der Berechnung von Schleusenböden und ähnlichen Bauteilen, die in unmittelbarer Flächenberührung mit dem Baugrund stehen, ist erstmalig in dem Aufsatz des Verfassers: „Die Berechnung von Schleusenböden nach der Elastizitätslehre“ [1]) unter der Annahme entwickelt worden, daß der Baugrund als eine elastisch nachgiebige Bettung anzusehen ist. Die hierbei verwendete Theorie ist in der Zwischenzeit weiter ausgebaut worden, insbesondere durch die Abhandlungen des Verfassers: „Theorie der gleichmäßig elastisch gestützten Körper“ [2]) und „Beitrag zur Berechnung der biegsamen Gründungssohlen“ [3]); hierbei wurde die Einführung vereinfachter Funktionen (der 𝔈-Funktionen) als zweckmäßig nachgewiesen. Auch auf Arbeiten anderer Verfasser sei hier hingewiesen, z. B. Dr.-Ing. Keiichi Hayashi „Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage“ [4]), Dr.-Ing. H. Craemer „Zur praktischen Statik von Kranbahnfundamenten“ [5]) und „Zur Berechnung geschlossener Kastenrahmen auf elastischem Baugrund“ [6]).

Die im folgenden beabsichtigte weitere Ausgestaltung der Theorie für die Berechnung von Schleusenböden und verwandten Gründungsgebilden würde als ein großes Wagnis erscheinen, wenn nicht die Aussicht bestünde, daß es gelingen wird, die Theorie mit unseren heutigen Kenntnissen über die physikalischen Eigenschaften des Baugrundes und mit den Forderungen der Praxis in Einklang zu bringen. Deshalb sei der vorliegende I. Teil der Abhandlung einer kurzen Betrachtung über den augenblicklichen Stand der Wissenschaft über den Baugrund und einer Erörterung der hauptsächlichen praktischen Fragen, die für die Anwendung der Theorie wichtig sind, gewidmet. Hierbei stehen drei Punkte im Vordergrunde, nämlich:

a) Die Elastizität des Baugrundes, die Frage, mit welchem Recht der Baugrund als elastisch angesprochen werden darf und wie groß die Elastizitätsziffer (Bettungsziffer) anzunehmen ist;

b) Die Vereinfachung der Theorie im Hinblick auf die noch teilweise recht unsicheren physikalischen Grundlagen, mit denen eine zu gewissenhafte rechnerische Behandlung nicht immer im Einklang steht.

c) Die Berücksichtigung der Verschiedenartigkeit und der Veränderlichkeit des Baugrundes, welch letztere besonders bei Gründungen im bergbaulichen Senkungsgebiet wichtig ist.

2. Die Elastizität des Baugrundes.

Der erste Punkt, die Elastizität des Baugrundes, ist nach zwei Richtungen zu betrachten, nämlich:

1. Was ist bisher darüber festgestellt worden?
2. Was hat in Zukunft zu ihrer Erforschung zu geschehen?

Von neueren Versuchen über die Elastizität des Baugrundes, die etwas mehr Licht in die dunkle Angelegenheit gebracht haben als die bekannten älteren Versuche, sind solche in der Schweiz, in Holland und in der Türkei hervorzuheben.

Ueber Versuche der Schweizer Bundesbahnen beim Bau von Druckstollen für das Kraftwerk Amsteg berichtet Dr.-Ing. Ludwig Mühlhofer aus Innsbruck [7]) [8]). Es handelt sich hier um die Bettungsziffer für Gesteine. Gemessen wurden die Durchmesservergrößerungen, die der Stollen teils im verkleideten, teils im unverkleideten Zustande unter verschieden großen Innendrücken erfuhr. Die geplante eingehende Veröffentlichung liegt noch nicht vor, jedoch teilt Mühlhofer, um für die Größenordnung der Bettungsziffer wenigstens einen vorläufigen Anhalt zu geben, mit, daß diese für weiches oder klüftiges Gebirge vorsichtigerweise auf etwa $E_o = 100$ kg/cm³, für gute Gesteinsverhältnisse auf vielleicht $E_o = 500$ kg/cm³, und für ein höchst festes und dabei kluftfreies Gebirge als Höchstwert auf etwa $E_o = 1500$ kg/cm³ anzunehmen sein würde.

Wenn die Schweizer Versuchsergebnisse auch nicht ohne weiteres für die Berechnung an Schleusenböden u. dgl., worauf die vorliegende Abhandlung sich beschränken will, verwertbar sind, so sind sie doch aus zweierlei Gründen erwähnenswert. Einmal geben die genannten Zahlen ein Bild, wie hoch die Elastizitätszahl im äußersten Falle bei Schleusenböden ansteigen kann. Sie wird jedenfalls, auch wenn der Baugrund aus festem Ton oder Mergel besteht, stets unter dem Wert vom 100 kg/cm³ bleiben. Zum andern ist an den Schweizer Versuchen lobend hervorzuheben, daß das für die Ermittlung von E_o angewandte Verfahren als einwandfrei und allgemein als vorbildlich zu bezeichnen ist. Die Versuche sind nämlich am ausgeführten Bauwerk angestellt und geben daher ein unverzerrtes Bild der in den wirklichen Größenverhältnissen auftretenden Erscheinungen. Sie sind ferner, wie es hier ja allerdings durch die gegebenen Verhältnisse bedingt war, so ausgeführt, daß ein seitliches Ausweichen der Bettung verhindert war.

Ueber die niederländischen Versuche liegt ein Auszug [9]) aus dem Urbericht vor, der im Auftrage des niederländischen Ministeriums der öffentlichen Arbeiten von Ingenieur C. Wolterbeck erstattet worden ist.

Der untersuchte Baugrund liegt an der Seeküste bei Ymuiden, wo eine Seeschiffsschleuse von 50 m lichter Weite zwischen den Mauern mit einer nur 6 m dicken Sohlenplatte errichtet werden soll. Der Untergrund bestand aus festem Sande, der vorher eine Belastung von einigen Metern Höhe getragen hatte und mit Grundwasser gesättigt war. An der Beobachtungsstelle lag der Untergrund etwas niedriger als der gewöhnliche Kanalwasserspiegel. Die Beobachtungen wurden in der Weise angestellt, daß ein Stempel auf eine genau wagerecht bearbeitete Fläche gesetzt wurde, und zwar an einem Tage, an dem der Wasserstand im Kanal niedrig war. Es wurde dann abgewartet, bis der Untergrund durch steigendes Grundwasser oder durch Regen überflutet wurde; in diesem Zustande fanden die Belastungen und Messungen statt.

Die Belastungsflächen wurden 100, 500, 1000, 2500 und 5000 cm² groß gewählt. Die Beobachtungen mit der Fläche von 100 cm² ergaben keine brauchbaren Werte. Bei der Fläche von 500 cm² wurde die Belastung bis 1,95 kg/cm², bei 1000 cm² bis 8,97 kg/cm², bei 2500 cm² bis 2,34 kg/cm² und bei 5000 kg/cm² bis 0,78 kg/cm² gesteigert.

Bei dem Versuch mit 1000 cm² Belastungsfläche zeigte sich, daß bis etwa 6 kg/cm² Flächendruck die Einsenkungen annähernd in dem gleichen Verhältnis wuchsen wie die Flächendrücke; darüber hinaus nahmen die Senkungen stärker zu als die Flächendrücke. Hierdurch kennzeichnet sich der Ymuidener Baugrund als ein mittelguter Baugrund, der bei 6 kg/cm² Tragfähigkeit eine zulässige Beanspruchung von höchstens 3 kg/cm² erhalten dürfte.

Die Beobachtungen ließen erkennen, daß der Baugrund elastisch ist; stets hob er sich bei der Entlastung wieder, allerdings nie so hoch, wie er zuvor war. Weiter zeigte sich eine elastische Nachwirkung; im allgemeinen hielt das Heben des Bodens nach der Entlastung noch eine Zeitlang an. Schematisch wird dieser Vorgang durch Abb. 1 veranschaulicht. AB ist die Kurve der Senkungen als Funktion des Flächendruckes während der Belastung. Während die Last auf dem Stempel bleibt, schreiten die Einsenkungen von B nach C fort. Während der Entlastung hebt sich der Boden bis D, nach der Entlastung schreitet die Hebung noch bis E fort. Nach mehrfacher Be- und Entlastung wird der Boden innerhalb des Bereiches der anfänglichen Höchstbelastung fast vollkommen elastisch. Eine weitere bleibende Senkung (Verdichtung) tritt erst nach Ueberschreiten der anfänglichen Höchstbelastung ein.

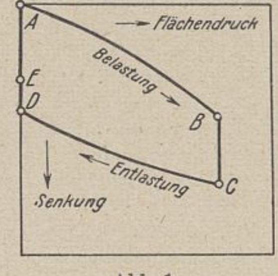


Abb. 1.

[1]) Zeitschrift für Bauwesen 1918, S. 83 bis 103 und 189 bis 202.
[2]) Beton und Eisen, 1919, S. 105 ff.
[3]) Zeitschrift für Bauwesen 1924, S. 109 bis 115.
[4]) Berlin 1921, Verlag J. Springer.
[5]) Der Bauingenieur 1925, S. 417 bis 421.
[6]) Dortselbst, S. 527—530.
[7]) „Neuerungen auf dem Gebiete des Druckstollenbaues,“ Der Bauingenieur 1922, S. 545.
[8]) „Ueber die Inanspruchnahme von Druckstollenauskleidungen,“ Der Bauingenieur 1923, S. 509.
[9]) „Belastungsproben zur Klärung des Einflusses der Elastizität des Bodens auf die Berechnung eines Schleusenbodens,“ Bautechnik 1925, S. 411.

Für einen Flächendruck von 0,39 kg/cm² wurden folgende Werte gefunden:

Fläche	500	1000	2500	5000	cm²
Elastische Senkung	0,020	0,029	0,058	0,134	cm
Bleibende Senkung	0,025	0,012	0,011	0,006	cm
Bettungsziffer E_0	20,0	13,5	6,7	2,9	kg/cm³

Hierbei wird als „elastische“ Senkung derjenige Teil der Gesamtsenkung verstanden, der innerhalb 24 Stunden nach völliger Entlastung wieder verschwunden ist; als „bleibende“ Senkung der Restteil der Gesamtsenkung, der nach 24 Stunden noch vorhanden ist. Für die Berechnung von E_0 sind ausschließlich die „elastischen“ Senkungen benutzt. Man erkennt aus den mitgeteilten Zahlenwerten, daß bei gleichbleibender Flächenbelastung mit wachsender Belastungsfläche die elastischen und die Gesamtsenkungen zu-, die bleibenden Senkungen abnehmen, daß ferner E_0 mit der Größe der belasteten Fläche abnimmt.

Wolterbeck kommt zu folgendem Schlusse: „Der Wert von E ist in hohem Maße abhängig von der Größe der belasteten Fläche, in dem Sinne, daß für eine große Fläche E_0 einen kleinen Wert erhält. Zufolge dieses kleinen Wertes in erster Linie und ferner zufolge der Ungewißheit des für E_0 anzunehmenden Wertes, der bleibenden Senkungen, der langdauernden elastischen Nachwirkung des Bodens und der hohen Werte des gesamten Gegendrucks des Bodens führt die Anwendung des bei Berechnung des Eisenbahnoberbaues gebräuchlichen Grundsatzes der Proportionalität zwischen Druck und Senkung bei Berechnung des Querschnittes einer auf den gewachsenen Boden gegründeten Schleuse nicht zu einem zuverlässigeren, niedrigeren Werte des Biegungsmomentes im Schleusenboden, als mit dem, den man erhält, wenn man den Gegendruck des Erdbodens als gleichmäßig verteilt in Rechnung zieht.“

Ob es zulässig ist, die in Ymuiden gesammelten Versuchsergebnisse ohne weiteres auf die Berechnung von Schleusenböden überhaupt zu verallgemeinern, erscheint zum mindesten fraglich, um so mehr, als auch vielleicht in Ymuiden selbst bei einem anderen Beobachtungsverfahren günstigere Ergebnisse herausgekommen wären. Gegen das in Y. angewandte Verfahren ist nämlich einzuwenden, daß der beobachtete Baugrund sich nicht in den gleichen Umständen befunden hat, wie der Boden unter dem späteren Bauwerk sich befinden wird. Bei den Versuchen hatte der Baugrund Gelegenheit, seitlich des Belastungsstempels auszuweichen oder sogar nach oben aufzuquellen, was beim späteren Bauwerk nicht der Fall ist, wo die benachbarten Bodenflächen unter Ueberlast stehen. Ein weiterer sehr wichtiger Unterschied ist das Verhalten des Wassers im Baugrund. Bei den Versuchen hatte die belastete Oberfläche Verbindung mit freiem Wasser. Bekanntlich erhält sehr feiner Sand hierdurch Fließeigenschaften; er verliert seine innere Reibungsfestigkeit (Schwimmsand!). Dagegen befindet sich das Wasser unter dem Bauwerke bei fehlerfreiem Zustande der Anlage in kapillar gespanntem Zustande; in diesem trägt es in hohem Maße zur inneren Verfestigung des Baugrundes bei.

Es erscheint weiterhin auch nicht möglich, die Ymuidener Versuchsergebnisse auf Bodenarten zu übertragen, die keiner wesentlichen Verdichtung mehr fähig sind. Solche Bodenarten sind in der Norddeutschen Tiefebene weit verbreitet. Bedenkt man überhaupt die geringen Erfahrungen über die Bodenelastizität einerseits, dagegen die große Verschiedenartigkeit der Bodenarten anderseits, und zwar gerade in den feinen und feinsten Teilchen, die infolge ihrer kolloidalen Eigenschaften die Festigkeit und Elastizität der Böden in hohem Maße beeinflussen, so wird man das Wagnis erkennen, das mit der Uebertragung von Versuchsergebnissen auf andersgeartete Verhältnisse verknüpft ist. Vorläufig scheint es noch erforderlich zu sein, in jedem Einzelfalle besondere Untersuchungen anzustellen, über deren Umfang weiter unten noch einiges zu sagen sein wird.

Die oben an dritter Stelle erwähnten Versuche in der Türkei sind vom Amerikanischen Robert College in Konstantinopel angestellt und von Prof. Dr. Karl Terzaghi im Zusammenhang mit einer umfassenden Darstellung der technischen Bodenkunde beschrieben[10]). An Hand dieses Werkes ist es möglich, näher auf die physikalischen Ursachen der Bodenelastizität einzugehen. Die Bodenelastizität hängt eng zusammen mit der Reibungs- und Kohäsionsfestigkeit der Böden, diese werden wieder durch gewisse **physikalische Grundeigenschaften** bedingt, über die im folgenden einige besonders treffende Stellen des Buches von Terzaghi benutzt werden.

A. Gefüge und Porenraum der Bodenarten.

a) Sande. Die Anordnung, in der sich die Körner eines Sandes gleich nach erfolgter Absetzung befinden, ändert sich der Hauptsache nach unter dem Einfluß eines Druckes bei verhinderter Seitenausdehnung (Belastung durch Ueberschüttung) nicht mehr. Als Beweis hierfür führt Terzaghi folgendes Ergebnis eines Laboratoriumsversuches an: Der Porenraum eines Quarzsandes (Korngröße 0,25 bis 0,7 mm) ging unter dem Einfluß einer vorübergehenden, jedoch mehrere Stunden lang wirkenden Belastung von 50 kg/cm² von 50,1 auf 43,7 v H herunter; der Staubgehalt des Sandes nahm hierbei von 0 auf 4,6 v H zu, ein Beweis, daß die Verdichtung des Gefüges vom Absprengen der Ecken und Kanten der Körner begleitet war. Dagegen konnte der Porenraum desselben Sandes durch Einrütteln auf 44 v H und durch nasses Einstampfen auf 40 v H verringert werden.

Hieraus folgt die große Widerstandsfähigkeit von Sandböden gegen Verdichtung durch stoßfrei aufgebrachte Belastung, wie sie beim Bau von Schleusenböden vorkommt.

b) Bindige Böden (Ton usw.). Im Gegensatz zum körnigen Gefüge der Sande ist die Struktur der Tone schuppenförmig. Der Porenraum eines bindigen Bodens läßt sich im Gegensatz zu dem des Sandes bereits durch mäßigen Druck bedeutend verkleinern, während das Einrütteln nur eine geringfügige Verdichtung bewirkt. Die von einer Abnahme des Porenraumes begleiteten Zustandsänderungen verursachen eine Strömung des Porenwassers, die sich infolge der geringen Durchlässigkeit des Tones sehr langsam vollzieht. Je nach der Geschwindigkeit, mit der die Verdichtung frisch abgelagerter Lehme oder Tone durch Austrocknung oder Belastung vor sich geht, sind die tiefer gelegenen Schichten dieser Massen nach bestimmten Zeiträumen, von der Absetzung an gerechnet, steif, plastisch oder zähflüssig (hydrodynamische Spannungserscheinungen).

B. Konsistenz und Kohärenz der Bodenarten.

a) Sande. Feuchte und nasse Sande besitzen infolge der Oberflächenspannung des Kapillarwassers eine gewisse Kohäsion, die bei einem mittleren Wassergehalt einen Höchstwert erreicht und sowohl für ganz trockenen wie völlig gesättigten Sand zu Null wird.

b) Bindige Böden. Hier wachsen die Kapillarkräfte des Wassers um so höher an, je feinkörniger und schuppenreicher der Boden ist. Dies geht soweit, daß bindige Böden auch in scheinbar unbelastetem Zustande durch die Verdunstung des Kapillarwassers allmählich verdichtet werden, was bei Sand nicht der Fall ist. Der Sand- und Wassergehalt bestimmt die Konsistenzformen der bindigen Böden. Die Konsistenzstufen: fest, plastisch, flüssig, gehen ohne scharf unterscheidbare Grenzen allmählich in einander über.

Hiernach ist also auch die Kohäsionsfestigkeit der Tone durch den Kapillardruck des Porenwassers bedingt. Terzaghi unterscheidet zwischen der echten und scheinbaren Kohäsion. Die echte Kohäsion ist eine physikalische Eigenschaft der Trockenmasse; sie ist lediglich eine Funktion der Kornform und Korngröße. Wird das Sediment zunächst durch Dauerbelastung verdichtet und wieder entlastet, so ist seine Kohäsion wesentlich größer als die des lockeren Sedimentes. Trotzdem hat Terzaghi niemals beobachtet, daß die Scherfestigkeit einer derart verdichteten, unter Wasser befindlichen Masse mehr als 20 g/cm² beträgt. Die echte Kohäsion der bindigen Pulver ist also derart geringfügig, daß sie praktisch vernachlässigt werden kann. Dagegen konnte Terzaghi bei Tonkörpern, deren Oberfläche mit der Luft in Berührung stand, Scherfestigkeiten bis zu 100 kg/cm² feststellen. Diese Kohäsion ist eine Folge der Oberflächenspannung des verdunstenden Kapillarwassers und verschwindet, sobald die Oberflächenspannung durch Ueberflutung des Körpers aufgehoben wird. Deshalb wird sie von Terzaghi als scheinbare Kohäsion bezeichnet.

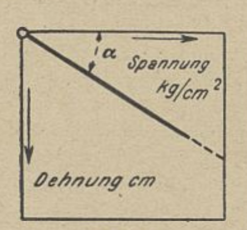
C. Die Reibungskräfte des Bodens.

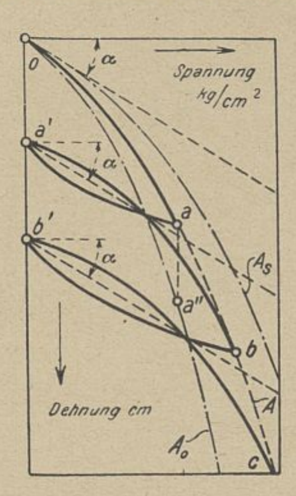
Die Reibungseigenschaften der Böden werden vorwiegend durch den als Kolloidschlamm zusammenfassend bezeichneten Anteil an Körperchen kolloider Kleinheit (Korngröße 0,1 μ bis 1 μ) im Verein mit der Form der Kolloidteilchen und der Oberflächenspannung des Wassers bestimmt. Der Kolloidschlamm ist für den Boden etwa dasselbe, was der Zement für den Beton ist. Die Form der Kolloidteilchen ist dadurch von Einfluß, daß alle Kolloide mit gedrungener, kugelähnlicher Gestalt (z. B. von Quarz und Feldspat) nicht plastisch, dagegen Kolloide solcher Mineralien, die bei der Zerkleinerung schuppen- oder blätterförmige Körperchen liefern (z. B. Kaolin, Talk, Serpentin, Biotit, Hämatit) plastisch sind. Auch Salzlösungen haben, selbst bei starker Verdünnung, Einfluß auf die Eigenschaften des Bodens. Gewisse Salze (Kalk, Ammoniak, Aetzkali u. a.) verringern die Oberflächenspannung des Kapillarwassers und machen dadurch z. B. Tone weicher.

Wie durch Laboratoriumsversuche festgestellt worden ist, werden die Reibungsbeiwerte der Böden durch die Schmiermittelhäutchen beeinflußt, die sich auf jeder Oberfläche befinden. Unter dem Einfluß der Moleküle der geschmierten Körper

---

[10]) „Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage“, verlegt bei Franz Deuticke, Leipzig und Wien, 1925.





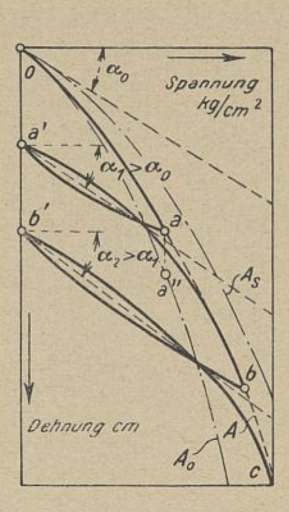


Abb 2
Abb. 3 (rechts).
Abb. 4 (mitte).

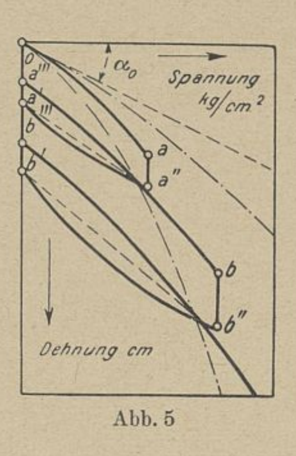


Abb. 5

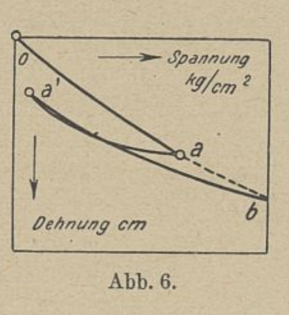


Abb. 6.

befinden sich solche Schmiermittelhäutchen häufig in einem Aggregatzustande, der zwischen fest und flüssig liegt (hierdurch erklärt sich auch die Zunahme der Viskosität des Wassers in sehr engen Kapillarräumen). Auch die Kohäsion der trockenen Tone (siehe oben) läßt sich nur durch das Vorhandensein molekular gebundener Wasserhäutchen erklären. Das Wasser besitzt die bemerkenswerte Eigenschaft, daß es die Wirkung von Schmierhäutchen reibungsvermindernder Flüssigkeiten oder Verunreinigungen aufhebt und auf diese Weise die Reibungsziffer erhöht; es wirkt also als Gegenschmiermittel. Dies gilt in besonders ausgeprägtem Maße für Sand. Der Wassergehalt von Sand, bei dem sich die größten Reibungsziffern ergeben, stimmt ungefähr mit dem Wassergehalt überein, bei dem die Kohäsion des feuchten Sandes am größten ist. Dagegen können adsorbierte (oberflächliche gebundene) Wasserschichten bei Tonen auch reibungsvermindernd wirken.

Nach diesem Ueberblick über die allgemeinen physikalischen Eigenschaften der Böden sei auf die Untersuchungen und Mitteilung von Terzaghi über die eigentliche **Bodenelastizität** eingegangen.

A. Versuche im Laboratorium über die Festigkeit und Elastizität der Böden.

a) Bindige Böden.

α) Versuche mit unbehinderter Seitenausdehnung.

Als Probekörper wurden Würfel mit etwa 2 und 5 cm Kantenlänge hergestellt. Diese Körper wurden in einer Belastungsreihe, die aus mehrfach wiederholten Be- und Entlastungen bestand, bis zum Bruch gedrückt. Die Ergebnisse wurden in Spannungs-Dehnungs-Diagrammen dargestellt. Diese zeigten große Aehnlichkeit mit Spannungs-Dehnungs-Diagrammen von Betonwürfeln, jedoch mit dem Unterschiede, daß bei den Bodenwürfeln

1. die elastischen Nachwirkungen mehr in Erscheinung treten;
2. die Elastizitätszahl mit zunehmender Belastung abnimmt.

Zur Veranschaulichung der Sachlage sind in den Abb. 2, 3 und 4 in schematischer Weise Spannungs-Dehnungs-Diagramme eines elastischen festen Körpers, eines Betonkörpers und eines Bodenkörpers gegenübergestellt. Im Spannungs-Dehnungs-Diagramm eines festen elastischen Körpers würde die Wirkung einer Belastungsreihe als eine durch den Koordinaten-Anfangspunkt hindurchgehende Gerade erscheinen, die sich mit der Schaulinie für die Wirkung der ersten Belastung deckt und deren Lage von der Geschwindigkeit der Belastungssteigerung unabhängig wäre (Abb. 2). Jede Abweichung vom Hookeschen Gesetz ist mit bleibenden Formänderungen, d. h. bleibenden Gefügeänderungen, verbunden, wobei u. a. die an den Berührungsflächen der Körner wirkenden Reibungswiderstände zu überwinden sind. Nach Abb. 3 (Spannungs-Dehnungs-Diagramm für einen Betonwürfel) gibt die erste allmähliche Belastung die Kurve oa, die sofort beginnende allmähliche Entlastung die Kurve $a-a'$, die sofort wieder beginnende zweite allmähliche Belastung die Kurve $a'b$, die sofort wieder beginnende allmähliche zweite Entlastung die Kurve bb' usw. Verbindet man die Punkte $o, a, b \ldots$ usw. durch eine Kurve, so stellt diese den „Hauptast" des Spannungs-Dehnungs-Diagramms dar. Die Lage dieses Hauptastes ist verschieden, je nach der Geschwindigkeit, mit der die Belastung aufgebracht wird. Von dieser Geschwindigkeit und von der Zeitdauer, innerhalb deren die Belastung nach dem Aufbringen weiter wirkt, hängen auch die elastischen Nachwirkungen ab. Würde die Belastung mit unendlich kleiner Geschwindigkeit aufgebracht werden, so würde der Hauptast die innere Grenzlage A_o einnehmen, wobei keine elastischen Nachwirkungen auftreten würden. Würde die Belastung dagegen mit unendlich großer Geschwindigkeit aufgebracht werden, so würde der Hauptast die äußere Grenzlage A_s einnehmen, und die elastischen Nachwirkungen würden ihren Höchstwert erreichen.

Um das Wesen der elastischen Nachwirkung zu kennzeichnen, sind in Abb. 5 schematisch einige Hysteresisschleifen dargestellt, wie sie entstehen, wenn nach vollendeter Belastung ohne Aenderung der Last und nach fertiger Entlastung die Dehnung weiter gemessen wird. Die tiefste Lage, die die Punkte a'', b'' usw. nach unendlich großen Zeiträumen erreichen können, ist der jeweils lotrecht unter ihnen liegende Punkt des inneren Hauptastes $\overline{A_o}$.

Als Elastizitätszahl bezeichnet Terzaghi die Kotangente des Winkels α, den die Hysteresisschleifen mit den Abszissenachsen bilden (Abb. 3); diese α sind für Betonwürfel unveränderlich (z. B. für eine gewisse Mischung 1:3:6 ist $E = \cot\alpha = 154\,000$ kg/cm² gemessen).

Das in Abb. 4 dargestellte Spannungs-Dehnungs-Diagramm für einen Tonwürfel unterscheidet sich von dem des Betonwürfels nur dadurch, daß die Werte α nicht unveränderlich sind, sondern mit wachsender Belastung zunehmen, wobei die Elastizitätszahl entsprechend abnimmt. Beispielweise untersucht Terzaghi einen „Ton I" mit folgender Beschaffenheit:

Einheitsgewicht der Trockenmasse: $\gamma = 2{,}93$ g/cm³
Porenziffer des trockenen Tones: $\varepsilon = 0{,}48$ bis $0{,}53$

$\left(\varepsilon = \frac{n}{1-n}\right.$, n = Porenraum auf die Raumeinheit des Gesamtrauminhalts bezogen; für $n = 0{,}50$ wird $\left.\varepsilon = 1{,}0\right)$.

Kornzusammensetzung:

Sand und Mo	(Korngröße 2,0 bis 0,02 mm):	47,5 vH
Grobschluff	(„ 0,02 „ 0,006 „):	19,3 „
Feinschluff	(„ 0,006 „ 0,002 „):	4,9 „
Kolloïdschlamm	(„ < 0,002 „):	28,3 „

Dieser Ton zeigte bei 26,9 vH Wassergehalt (weichplastische Konsistenzform), Würfelgröße rd. 2×2×2 cm, eine Druckfestigkeit qd = 1,86 kg/cm² und eine von $E = 115$ auf 76 kg/cm² abnehmende Elastizitätszahl;

bei 23,2 vH Wassergehalt (steifplastisch), Würfel rd. 2×2×2 cm, qd = 6,2 kg/cm², $E = 310$ bis 195 kg/cm²;

bei 14,6 vH Wassergehalt (halbfeste Konsistenzform), Würfel rd. 5×5×5 cm, qd = 34,8 kg/cm², $E = 3760$ bis 3460 kg/cm²;

bei 3 vH Wassergehalt (ganz feste Konsistenzform), Würfel rd. 5×5×5 cm, qd = 52 kg/cm², $E = 7300$ bis 6100 kg/cm².

β) Versuche mit behinderter Seitenausdehnung.

Die Proben wurden in einen Metallring eingeschlossen und unter der Festigkeitsmaschine abgedrückt; dem verdrängten Porenwasser wurde Gelegenheit gegeben, frei zu entweichen. Infolgedessen konnte mit zunehmendem Druck der Wassergehalt und damit die Porenziffer des Probekörpers sinken. Während der Versuche wurde die Probe unter Wasser gehalten, um auf diese Weise eine etwa durch die Oberflächenspannung des Kapillarwassers erzeugte, unbeabsichtigte innere Zusatzbelastung unmöglich zu machen. Die Versuche ergaben eine nach oben geschwungene Form der Hysteresisschleifen (Abb. 6). Der aufsteigende Ast dieser Schleifen (Schwellkurve) wird von Terzaghi zur Ermittlung der Elastizitätszahl benutzt. Dieser ergibt sich als Funktion der Belastung p (in kg/cm²), beispielweise für den oben beschriebenen „Ton I" zu $E = 0{,}77 + 52{,}7 \cdot p$ kg/cm²[11]).

[11]) Sobald die Oberflächenspannung des Kapillarwassers wirksam wird, ist in der Formel für E außer dem Druck p der äußeren Belastung noch der innere Kapillardruck pk einzusetzen; dieser kann sehr hoch werden (nach Terzaghi bis 342 kg/cm²), woraus sich die hohen Werte für E bei der halbfesten und der festen Konsistenzform des Tones erklären.

b) Sand,

α) Versuche mit unbehinderter Seitenausdehnung wurden als praktisch nicht ausführbar nicht angestellt;

β) Versuche mit behinderter Seitenausdehnung.

Als Versuchsstoff diente in erster Linie ein mittel- bis grobkörniger, durch Zerstoßen von Milchquarz künstlich hergestellter Quarzsand (Korngröße 0,25 bis 1,00 mm). Die Ergebnisse waren vom Wassergehalt unabhängig. Das Spannungsdehnungsdiagramm ist ähnlich dem der wasserhaltigen, luftfreien, bindigen Böden (vgl. Abb. 6), jedoch ist die aus der Schwellkurve berechnete Elastizitätszahl wesentlich größer und die beiden Aeste der Hysteresisschleifen fallen beinahe zusammen.

Terzaghi teilt folgende Ergebnisse mit:

1. Locker gelagerter Quarzsand (Porenziffer $\varepsilon = 0{,}99$):
$$E = 100(p + 1{,}3)\ \text{kg/cm}^2.$$
2. Dicht gelagerter Quarzsand (Porenziffer $\varepsilon = 0{,}67$):
$$E = 100(p + 1{,}6)\ \text{kg/cm}^2$$
3. Ton I, pulverisiert, Korngröße $< 0{,}6$ mm, $\varepsilon = 1{,}33$:
$$E = 80{,}7(p + 1{,}0)\ \text{kg/cm}^2.$$
4. Humoser Feinsand, Korngröße 0,1 bis 0,2 mm, 8 vH Gehalt an Schluff und Kolloidschlamm, $\varepsilon = 1{,}35$:
$$E = 94{,}3(p + 1{,}0)\ \text{kg/cm}^2.$$
5. Flußsand mit rauhen, eckigen Körnern, Korngröße 0,8 bis 1,3 mm, $\varepsilon = 0{,}83$:
$$E = 176(p + 1{,}0)\ \text{kg/cm}^2.$$

* * *

Ueber das Wesen der Bodenelastizität spricht sich Terzaghi folgendermaßen aus:

Entlastet man die Oberfläche des Bodens, so dehnen sich die zusammengepreßten Bodenkörner aus. Die Bewegungen der Körner setzen sich aus zwei Faktoren zusammen, nämlich:

a) elastische Formänderung der Körner,

b) die durch die elastische Formänderung bewirkte, umkehrbare Aenderung des Gefüges,

wovon jedoch der Faktor b bei weitem überwiegt. Man muß demnach die Elastizität des Bodens als eine solche des Gefüges bezeichnen.

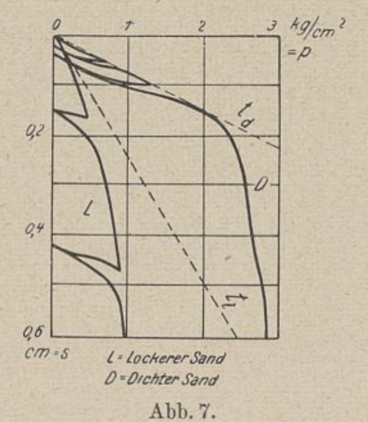


Abb. 7.

B. Tragfähigkeit und Bettungsziffer des Baugrundes.

a) Sandböden. Die im Sand unterhalb der belasteten Fläche auftretenden Formänderungen stellen ein Mittelding zwischen Zusammendrückung bei verhinderter Seitenausdehnung (vgl. Abb. 6) und bei unbehinderter Seitenausdehnung (vgl. Abb. 4) dar. Bei mäßigen Belastungen überwiegt die erste, bei hohen die letztere. Infolgedessen weist der Hauptast des Setzungsdiagramms bei mittleren Belastungen eine Art Wendepunkt auf. Die Hysteresisschleifen bestehen bei dicht gelagerten Sandschüttungen aus geraden Strecken mit hakenartig nach oben gebogenen Enden, bei locker gelagertem Sand sind sie beinahe geradlinig (Abb. 7, Schaulinie L). Die elastischen Nachwirkungen sind sowohl für dichte als lockere Sandschüttungen auffallend gering.

Die Angaben von Terzaghi über die Bettungsziffern von Sandböden bringen nichts Neues; sie lassen auch die Frage offen, ob die Bettungsziffern mit wachsender Gründungsfläche abnehmen. Vor allem beschränken sich die Mitteilungen auf weniger gute Baugrundverhältnisse, wie sie eben für die Gründung von Schleusenböden seltener in Betracht kommen. Wichtiger scheint folgende Bemerkung über den Einfluß des Grundwasserstandes auf die Tragfähigkeit von Sandschüttungen zu sein.

Beim Ansteigen des Grundwasserspiegels bis zur Schüttungsoberfläche vermindert sich das Gewicht der Sandkörner um den hydrostatischen Auftrieb. Die Tragfähigkeit des Sandes vermindert sich im Verhältnis der spezifischen Gewichte. Erreicht der Grundwasserspiegel die Schüttungsoberfläche nicht, so wird der Sand zwischen dem Grundwasserspiegel und der oberen Grenze der kapillaren Durchfeuchtung spezifisch schwerer, während er unterhalb des Grundwasserspiegels scheinbar spezifisch leichter wird.

Im locker gelagerten Sande kann die Aenderung des spezifischen Gewichtes, insbesondere bei wiederholtem raschen Ansteigen und Niedergehen des Grundwasserspiegels, den Zusammenbruch besonders labil beschaffener Korngruppen herbeiführen. Eine so eingeleitete örtliche Gleichgewichtsstörung pflanzt sich, vom Störungsherd ausgehend, nach allen Richtungen hin fort und äußert sich in plötzlichen Versackungen. So hat man in Holland an Bauwerken, die auf künstlichen Sandschüttungen errichtet wurden, plötzliche Setzungen im Ausmaß von 17 bis 216 mm beobachtet.

Die vorstehenden Mitteilungen sind für die Berechnung von Schleusenböden u. dgl. insofern von Bedeutung, als es bei Gründung auf geschütteten Sandschichten nicht genügend erscheint, mit einer sehr kleinen Bettungsziffer zu rechnen; vielmehr muß man in solchen Fällen eine gewisse Unterhöhlung des Bauwerks berücksichtigen.

b) Tonböden. Die Tragfähigkeit des Tones hängt bei rascher Aufbringung der Last (ein Fall, wie er bei der Ausführung von Bauwerken in der Regel anzunehmen ist) von dem Spannungszustand ab, in dem sich der Ton vor der Belastung befunden hat. Dieser Spannungszustand ist für die oberen Schichten der kolloidreichen, luftfreien Baugründe in erster Linie durch die Druckverhältnisse des Porenwassers bestimmt. Terzaghi schlägt folgende Einteilung der tonigen Baugründe vor:

a) Böden mit ungespanntem Porenwasser,

b) Böden, in deren Porenwasser ein hydrostatischer Unterdruck von gegebener konstanter Größe herrscht,

c) Böden, in denen die hydrodynamischen Spannungen noch im Ausgleich begriffen sind.

Gruppe a) umfaßt Schlammablagerungen u. dgl., die ihrer geringen Tragfähigkeit wegen hier nicht in Betracht kommen. Gruppe b) umfaßt mehr oder weniger plastische Tone, bei denen die Verdichtung des Baugrundes wesentlich langsamer vor sich geht als das Aufbringen der Belastung beim Herstellen der Gründung und beim Aufrichten des Bauwerks. Infolgedessen zeigen sich hier nachträgliche Setzungen.

Zur Gruppe c) gehören solche unter Wasser abgesetzten Tonschichten, deren Oberflächen durch Hebung des Landes oder durch Senkung des Wasserspiegels trockengelegt sind. Hier bildet sich oben eine feste Kruste, welche die unter ihr befindliche weich- oder flüssigplastische Masse vor rascher Austrocknung schützt.

Bezüglich Tragfähigkeit und Bettungsziffer der tonigen Baugründe liegt noch kein genügender Erfahrungsstoff vor. Man ist daher auf bodenphysikalische Untersuchungen und Probebelastungen von Fall zu Fall angewiesen.

* * *

Wenn im vorstehenden auch nur ein sehr bescheidener Auszug aus dem umfangreichen Gebiet, das Terzaghi in seinem vorzüglichen Buche dargestellt hat, wiedergegeben werden konnte, so läßt dieser doch erkennen, wie lückenhaft die bisherigen Forschungsergebnisse über die physikalischen Ursachen der Bodenelastizität und über die Erscheinungsformen dieser selbst noch sind und wie viel auf diesem Gebiete noch zu tun übrig bleibt.

Es liegt jedoch nahe, schon aus dem Wenigen, was bisher als feststehend angenommen werden kann, einige Nutzanwendungen auf den Gegenstand des vorliegenden Aufsatzes, auf die Berechnung von Schleusenböden usw., zu ziehen.

1. Aus dem ähnlichen Verhalten von Bodenwürfeln gegenüber Betonwürfeln kann gefolgert werden, daß man den Baugrund mit demselben Rechte als elastisch betrachten darf, mit dem Bauwerke aus Beton und Eisenbeton nach der Elastizitätslehre berechnet werden. Dieser Schluß wird noch bekräftigt durch das Ergebnis der Ymuidener Versuchsergebnisse, wonach mit wachsender Belastungsfläche der Anteil der elastischen an den Gesamtsenkungen immer größer wird.

2. Die Spannungs-Dehnungs-Diagramme zeigen für Belastungen, die kleiner sind als eine vorangegangene Vorbelastung, ein fast vollkommen elastisches Verhalten; bei Sandböden treten in solchem Falle keine Gefügeänderungen mehr auf; diese beginnen erst, wenn die Höhe der Vorbelastung überschritten wird. Derartig vorbelastete Böden sind als Baugrund für Schleusen, besonders in der norddeutschen Tiefebene, die unter dem Inlandeis der Eiszeit gelegen hat, vielfach vorhanden.

3. Ausgetrocknete Tonschichten stehen unter einem mitunter so hohen Innendruck des kapillaren Porenwassers, daß sie völlig verdichtet sind und in ihren elastischen Eigenschaften die Güte von Beton noch übertreffen.

Leider ist es noch nicht möglich, aus den im Laboratorium gewonnenen Elastizitätszahlen E auf die Bettungsziffern E_0 zu schließen. Dieser Mangel wird bei zukünftigen Boden- und Baugrunduntersuchungen besonders zu berücksichtigen sein.

Abschließend kann als Ergebnis der Erörterung über das, was bisher über die Bodenelastizität festgestellt worden ist, gesagt werden, daß die Voraussetzungen für die Anwendung der Elastizitätslehre bei der Berechnung von Schleusenböden in sehr vielen Fällen gegeben sein werden.

* * *

Was hat nun in Zukunft für die weitere Erforschung der Bodenelastizität zu geschehen? Vorweg sei kurz erörtert, welche Schwierigkeiten hierbei zu überwinden sind. Die Einsicht über die Notwendigkeit von Boden- und Baugrunduntersuchungen vor wichtigen Gründungsarbeiten ist zwar heute wohl allgemein verbreitet, jedoch ist die Durchführung derartiger Untersuchungen in den meisten Fällen praktisch nicht möglich. Entweder stehen die Kosten solcher Untersuchungen in keinem rechten Verhältnis

zu den Gesamtkosten der Gründung, oder der Bauvorgang gestattet dort, wo die Mittel verfügbar sind, nicht den durch die Versuche bedingten störenden Eingriff. Auch fehlt es noch an einem zweckmäßigen Gerät für die Bodenprüfung. Diese durchaus anzuerkennenden Hinderungsgründe ließen sich vielleicht dadurch am zweckmäßigsten beseitigen, daß die Untersuchungen der Böden eine Zeitlang systematisch von einer bestehenden, hierfür in Frage kommenden Forschungsstelle oder von einer für das Gebiet des Deutschen Reiches neu zu schaffenden Anstalt für Bodenuntersuchungen betrieben werden würden. Auf diese Weise brauchte der erforderliche Gerätepark nur einmal beschafft werden. Die Untersuchungen an Ort und Stelle müßten stets mit Laboratoriumsversuchen Hand in Hand gehen. An Ort und Stelle müßten Probebelastungen in Schürfgruben, Bohrlöchern oder in kleinen Rohrbrunnen, gegebenenfalls mit kleinen Druckluftanlagen zur Wasserverdrängung oder mit Wassersenkungsanlagen, stattfinden. Für Laboratoriumsversuche könnten die Mitteilungen von Terzaghi zunächst als Anhalt dienen. Sobald der Erfahrungsstoff so weit angewachsen sein wird, daß man zwischen der Elastizitätszahl E und der Bettungsziffer E_0 genügende Beziehungspunkte unter Berücksichtigung der geologischen Verhältnisse gewonnen hat, wird man in vielen Fällen mit den Laboratoriumsversuchen auskommen können und dadurch die Kosten und Zeitdauer der Versuche wesentlich einschränken.

Eine weitere Aufgabe der Zentralstelle für Bodenuntersuchungen würde die Messung der Bewegungen bestehender Bauwerke (Brückenpfeiler, Stützmauern, Schleusenmauern u. dgl.) bilden. Derartige Messungen haben den Vorzug, daß der Baugrund in seinem wirklichen Zustande beobachtet werden kann. Die Ergebnisse solcher Messungen sind daher, vorausgesetzt, daß die Messungen einwandfrei durchgeführt und ausgewertet werden, weit höher einzuschätzen als die Ergebnisse von Probebelastungen des Baugrundes und von Laboratoriumsversuchen. Bei diesen Versuchen an fertigen Bauwerken wird es ganz besonders auf die Feinheit der Messungen ankommen, weil es häufig nicht leicht sein wird, genügend große veränderliche Lasten zur Einwirkung zu bringen. Ansätze zu ähnlichen Messungen an bestehenden Bauwerken sind bereits gemacht worden [12]), jedoch ist an die Ermittlung der Bodenelastizität bisher nicht gedacht worden.

Es erübrigt noch, auf die hauptsächlichsten Gesichtspunkte hinzuweisen, die bei der Durchführung von Probebelastungen des Baugrundes zu beachten sind.

Die Versuche sind so einzurichten, daß mit ihnen sowohl die Tragfähigkeit als auch die Bettungsziffer des Baugrundes ermittelt werden können. Sie sind, wie in Ymuiden, als wiederholte Belastungsreihen mit abwechselnder allmählicher Be- und Entlastung bei stufenweise gesteigerten Endbelastungen durchzuführen. Ferner sind verschieden große Belastungsflächen in Vergleich zu setzen, damit man den Grenzwert der Bettungsziffer schätzen kann, dem diese bei unendlich großer Belastungsfläche zustrebt. Auch diese Forderung ist in Ymuiden richtig erkannt worden.

Am wichtigsten scheint es jedoch zu sein, daß der Baugrund sich soweit wie möglich in demselben Zustande befindet wie unter dem späteren Bauwerke. Wie diese Bedingung bezüglich des Grundwasserstandes zu erfüllen ist, läßt sich nur von Fall zu Fall sagen. Dagegen gilt das Folgende ganz allgemein. Denkt man sich nämlich den Belastungsstempel als einen Teil der fertigen Gründungssohle, der aus dieser herausgetrennt und beweglich gemacht ist (Abb. 8), so erkennt man, daß der Boden um den Belastungsstempel herum ebenfalls belastet werden muß. Zweckmäßig scheint es, diese Nebenbelastung innerhalb gewisser Grenzen veränderlich zu machen. Die einzige, dem Verfasser bekannte Mitteilung im Schrifttum, aus der hervorgeht, daß die Notwendigkeit der Nebenbelastung auch von anderer, und zwar von einer sehr berufenen Seite, aufgestellt worden ist, findet sich in einem Aufsatz von Professor Möller-Braunschweig [13]). In dem dort beschriebenen Falle wurde ein aus beweglichem Sande bestehender Baugrund auf zwei verschiedene Arten probeweise belastet. Bei dem ersten Verfahren wurde ein gemauerter Probepfeiler von 60×60 cm Grundfläche auf den in großer Fläche freigelegten Baugrund gesetzt und belastet. Hierbei erreichte der Boden 1,0 cm Senkung bei $p = 1{,}2$ kg/cm² Belastung und 17,2 cm Senkung bei $p = 3{,}7$ kg/cm². Die letztere Senkung wuchs innerhalb zweier Tage ohne Erhöhung der Belastung bis auf 18,6 cm an. Dabei entstanden seitlich des Probepfeilers Auftreibungen, die sich bis auf 2 m Entfernung von Pfeilermitte verfolgen ließen und bis zu 2,4 cm betrugen.

Bei dem zweiten Verfahren wurde nur eine enge Grube mit fast senkrechten Wänden ausgehoben und auf deren Grund in Tiefe der Baugrubensohle eine eiserne Platte von 60×60 cm Grundfläche verlegt. Auf dieser Platte wurde ein Probepfeiler von 58×58 cm Querschnitt aufgemauert, dessen unterste 25 cm von Erde umhüllt waren (Abb. 9). Der obere Teil stand frei, damit der Pfeiler sich bei der Belastung nicht am gewachsenen Boden aufhängen sollte. Dieses Mal erreichte die Senkung bei $p = 3{,}7$ kg/cm² Belastung nur den Wert von 0,65 cm, d. h. den 26. Teil derjenigen beim ersten Versuchsverfahren. Die Elastizitäts- und Bettungsziffern sind zwar nicht genau feststellbar, weil kein Spannungsdehnungsdiagramm aufgenommen werden ist, doch wird die Bettungsziffer nach dem ersten Verfahren vielleicht zu 1,0 kg/cm³, bei dem zweiten zu 10 bis 15 kg/cm³ anzunehmen sein.

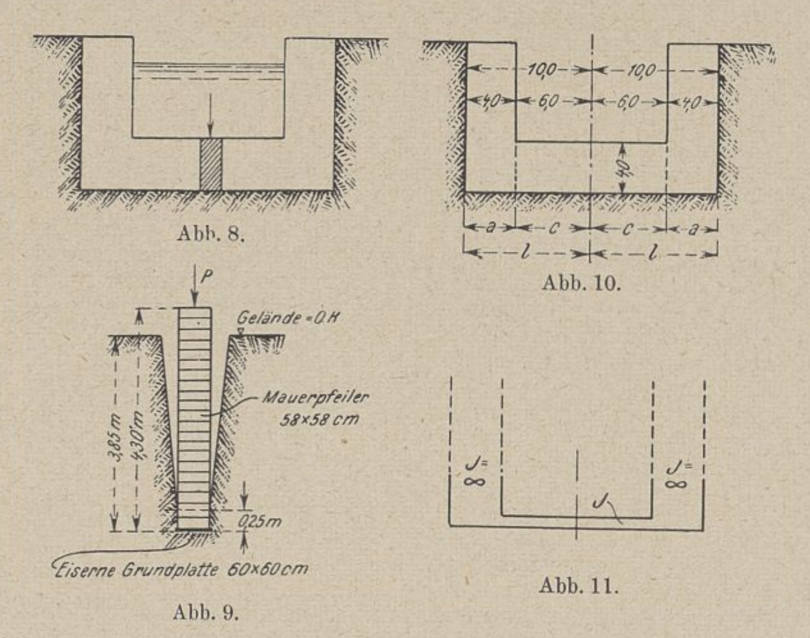


Abb. 8.

Abb. 9.

Abb. 10.

Abb. 11.

Das Beispiel beweist, daß man unter Umständen bedeutend höhere Ziffern für die Tragfähigkeit und die Bettungszahl erhält, wenn man den Boden um den Belastungsstempel herum so belastet, wie es beim späteren Bauwerk zu erwarten ist, und daß die so erhaltenen Werte erst die richtige Grundlage für die Berechnung der Gründung geben können.

* * *

3. Die Vereinfachung der Theorie.

Um vor einer Berechnung einer Schleusensohle oder einer anderen biegsamen Gründung Gewißheit zu erhalten, ob eine genaue oder eine vereinfachte Berechnung am Platze ist, muß man den vom Verfasser als „Biegsamkeitsmaß" bezeichneten Ausdruck $m = \sqrt[4]{\frac{E_0 b}{4EJ}}$ ausrechnen, in dem E_0 die Bettungsziffer in kg/cm³, b die Breite des untersuchten Gründungsstreifens in cm, E die Elastizitätszahl des Baustoffes der Gründung in kg/cm² und J das Trägheitsmoment des Sohlenquerschnitts in cm⁴ bedeuten. Multipliziert man mit m, das den umgekehrten Wert einer Länge darstellt, eine Strecke, z. B. die halbe Länge l des Trägers auf elastischer Bettung, so erhält man eine absolute Zahl $\lambda = m \cdot l$, aus der sich die erforderlichen Schlüsse ziehen lassen.

Je nach der Größe der Stablängenzahl λ fällt ein Träger in das Gebiet des unendlich langen oder „langen", des endlichen oder „kurzen" oder des „starren" Trägers oder Stabes. Die Abgrenzung zwischen den drei Gebieten ergibt sich aus der geforderten Berechnungsgenauigkeit. Die Grenze zwischen dem „langen" und dem „kurzen" Stabe liegt bei $\lambda \gtrless 2$ bis 3, die zwischen dem „kurzen" oder „starren" Stabe bei $\lambda \gtrless 0{,}4$ bis 0,6 [14]).

Bei dem als Beispiel in Abb. 10 dargestellten vereinfachten Schleusenquerschnitt wird mit

$$E_{(\text{Beton})} = 200\,000 \text{ kg/cm}^2,\quad J = \frac{400^3 \cdot 100}{12} \text{ cm}^4,\quad b = 100 \text{ cm}$$

und $l = 1000$ cm ($= 10{,}0$ m) den Werten

$\lambda = 3$	2	1	0,6	0,4	je eine Bettungsziffer
$E_0 = 345$	68,2	4,26	0,55	0,11 kg/cm³	zugeordnet sein.

Der Wert $E_0 = 345$ kg/cm³ liegt im Gebiet der Gesteine, die als Baugrund für Schleusenböden im allgemeinen ausscheiden. Es folgt daraus, daß die auf gutem bis mittlerem Ton- und Sandboden zu errichtenden Schleusenböden (nach Abb. 10) in das Gebiet des „kurzen" Stabes fallen, die auf sehr nachgiebigem Baugrund ($E_0 < 0{,}55$ kg/cm³) zu errichtenden Schleusenböden als „starr" anzusehen sein würden.

Den gleichen Gedankengang, der soeben auf die ganze Trägerlänge $2l$ bzw. die halbe Trägerlänge l angewandt worden ist, kann man auf Teilstrecken eines solchen Trägers übertragen, wenn man sich der Bedingungen für eine „Annäherung" bewußt bleibt.

[12]) Vgl. die Mitteilungen von O. Franzius in der Zeitschrift für Bauwesen, 1908, S. 83 ff. und von Mattern im Zentralblatt der Bauverwaltung 1919, S. 289.

[13]) „Die neue Erzwäsche in Broistedt", Der Bauingenieur 1921, S. 513 ff.

[14]) Vgl. die „Theorie der gleichmäßig elastisch gestützten Körper", Beton und Eisen 1919, S. 105 ff.

Hierauf beruht die Vereinfachung in der Behandlung solcher Schleusenböden, die in das Gebiet des „kurzen" Stabes fallen. Bei diesen kann man Teilstrecken von der Länge $\frac{\alpha}{2} \gtrless 0{,}6$ bis $0{,}4$ oder $\alpha \gtrless 1{,}2$ bis $0{,}8$ angenähert als gerade betrachten, wenn man sie aus der Biegelinie des Gesamtstabes herausgetrennt denkt.

Bei der früheren genauen Theorie für die Berechnung von Schleusenböden[15]) wurde der Schleusenquerschnitt als ein Steifrahmen behandelt, dessen Boden auf den Strecken a (Abb. 10) einen unendlich großen Querschnitt hat (vgl. Abb. 11). Hierdurch wurde der Bedingung Rechnung getragen, daß die Biegelinie auf den Strecken a gerade verläuft. Ist nun aber $\alpha = a \cdot m \gtrless 1{,}2$ bis $0{,}8$, so ist die Biegelinie auf den Strecken a auch dann angenähert geradlinig, wenn man für die Strecken a denselben Querschnitt annimmt wie auf der mittleren Sohlenstrecke von der Länge $2c$. Ist z. B. $l = 10{,}0$ m und $a = 4{,}0$ m, so wird bei

$\lambda =$	3,0	2,0	1,0	0,6	0,4
$\alpha =$	1,2	0,8	0,4	0,24	0,16.

Die Bedingung $\alpha \leqq 1{,}2$ bis $0{,}8$ ist also im vorliegenden Beispiele stets erfüllt, wenn der Gesamtquerschnitt im Gebiete des „kurzen" Stabes liegt, was, wie oben gezeigt, für guten und mittleren Baugrund zutreffen würde.

In allen derartigen Fällen würde der Schleusenquerschnitt als ein Träger von konstantem Querschnitt vereinfacht zu behandeln sein, und zwar würde der Querschnitt des mittleren Teiles als über die ganze Länge durchgehend angenommen werden können.

Der folgende theoretische Teil beschäftigt sich daher nur noch mit Trägern von konstantem Querschnitt, da man in der Annahme, daß diese Vereinfachung in den meisten Fällen zulässig sein wird, nicht fehlgehen dürfte.

[15]) „Die Berechnung von Schleusenböden nach der Elastizitätslehre", Zeitschrift für Bauwesen 1918, S. 83 ff.

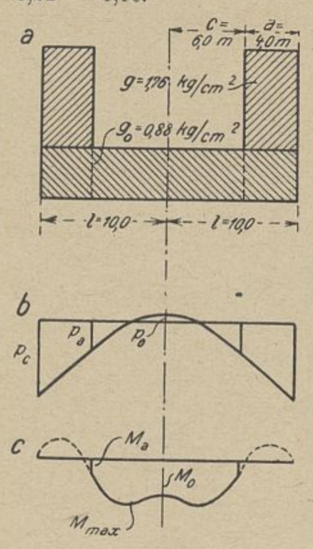


Abb. 12.

Die Wirkung einer vereinfachten gegenüber der genauen Berechnung sei an Hand einiger Zahlenwerte vor Augen geführt. Die Zahlenwerte für die genaue Berechnung sind dem Aufsatz des Verfassers in der Zeitschrift für Bauwesen 1918, S. 83 ff. entnommen. Das Belastungsschema ist in Abb. 12a dargestellt, Abb. 12b zeigt die Werte p_c, p_a und p_o der Bodendruckkurve, Abb. 12c die Werte M_a, M_{max} und M_o der Momentenkurve, die verglichen werden. Es ist $\lambda = 3{,}91$; der Querschnitt liegt also bereits im Gebiet des „langen" Trägers.

Es ist nach dem genauen Verfahren (Z. f. B. 1918, S. 100, Abb. 10a u. b dorts.):

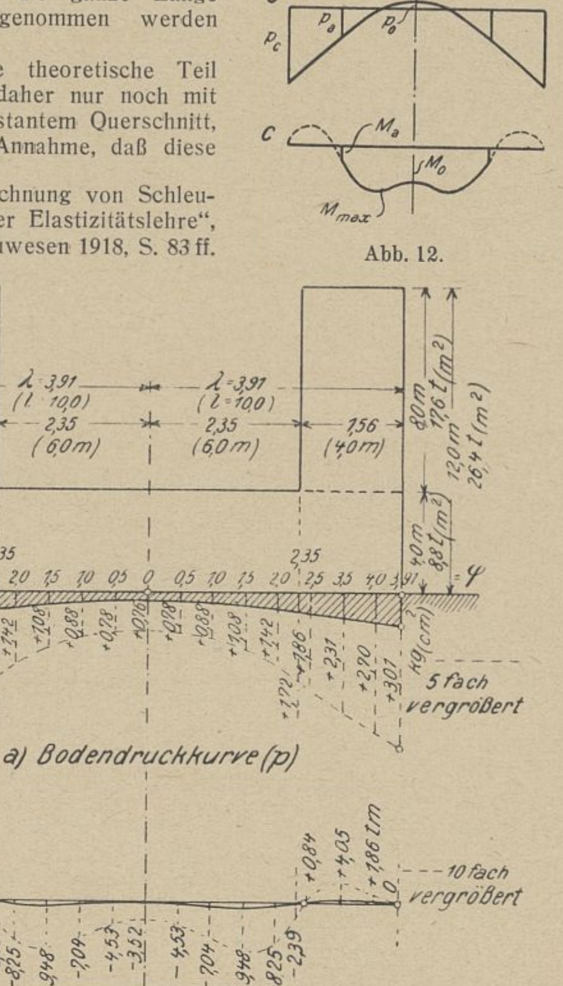
$$p_c = +1{,}45 \cdot \frac{1{,}76}{1{,}16} + 0{,}88 = +3{,}08 \text{ kg/cm}^2$$
$$p_a = +0{,}54 \cdot \frac{1{,}76}{1{,}16} + 0{,}88 = +1{,}70 \quad „$$
$$p_o = -0{,}08 \cdot \frac{1{,}76}{1{,}16} + 0{,}88 = +0{,}76 \quad „$$
$$M_a = -0{,}86 \cdot \frac{1{,}76}{1{,}16} = -1{,}3 \text{ tm}$$
$$M_{max} = -5{,}78 \cdot \frac{1{,}76}{1{,}16} = -8{,}8 \quad „$$
$$M_o = -2{,}28 \cdot \frac{1{,}76}{1{,}16} = -3{,}5 \quad „$$

Nach dem vereinfachten Verfahren fand Verfasser folgende Werte[16]):

$p_c = +3{,}02$ kg/cm²	$M_a = -2{,}4$ tm
$p_a = +1{,}72$ „	$M_{max} = -9{,}5$ „
$p_o = +0{,}76$ „	$M_o = -3{,}5$ „

also eine trotz des hohen Wertes von λ vorzügliche Annäherung.

[16]) Von der Wiedergabe der Berechnungen muß hier und bei den folgenden Zahlenbeispielen aus Raummangel abgesehen werden.



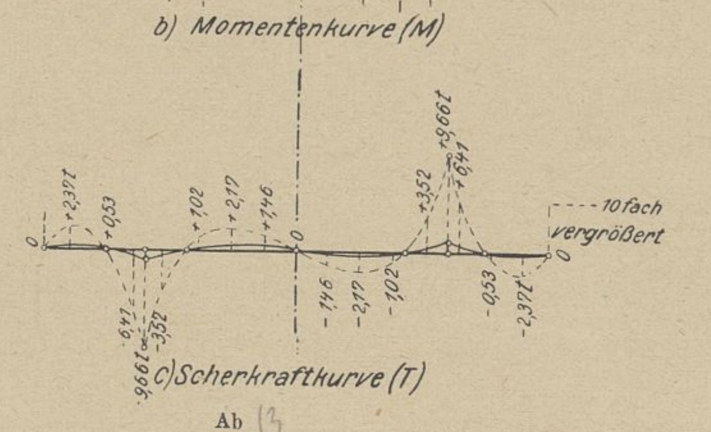


Abb. 13

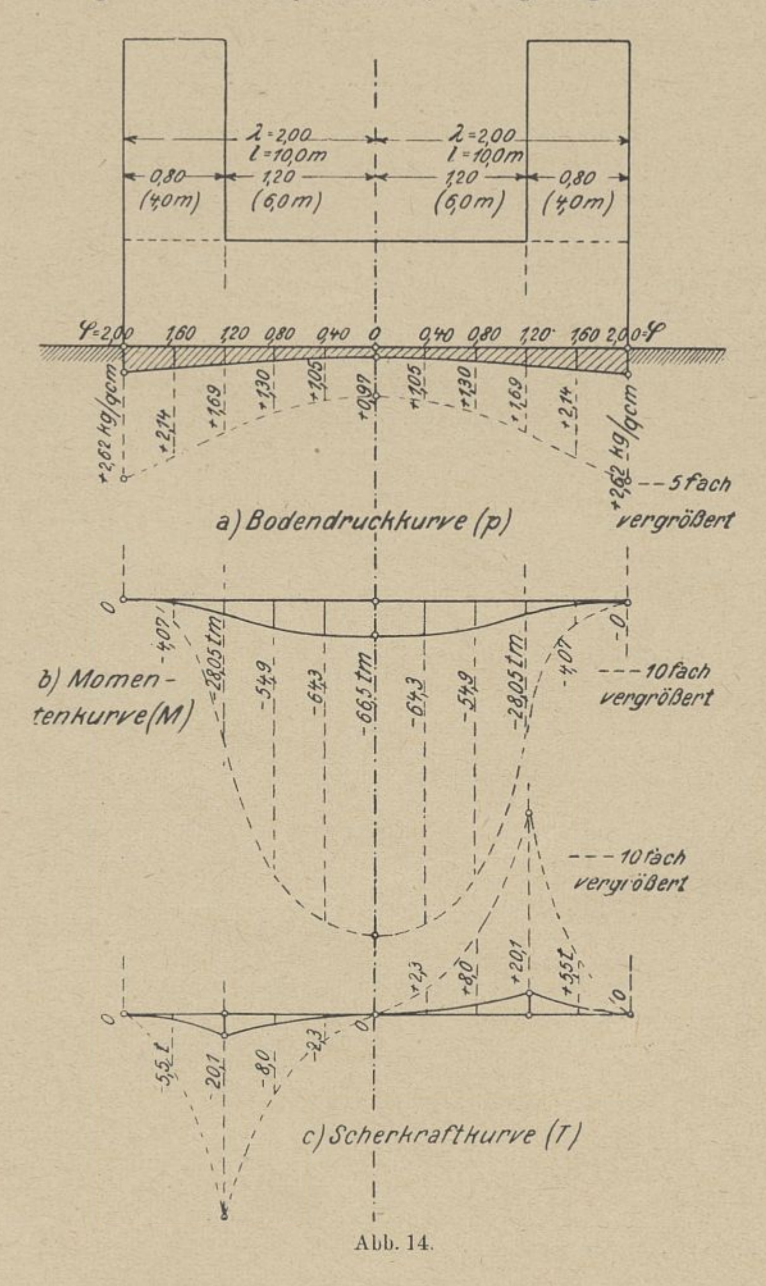


Abb. 14.

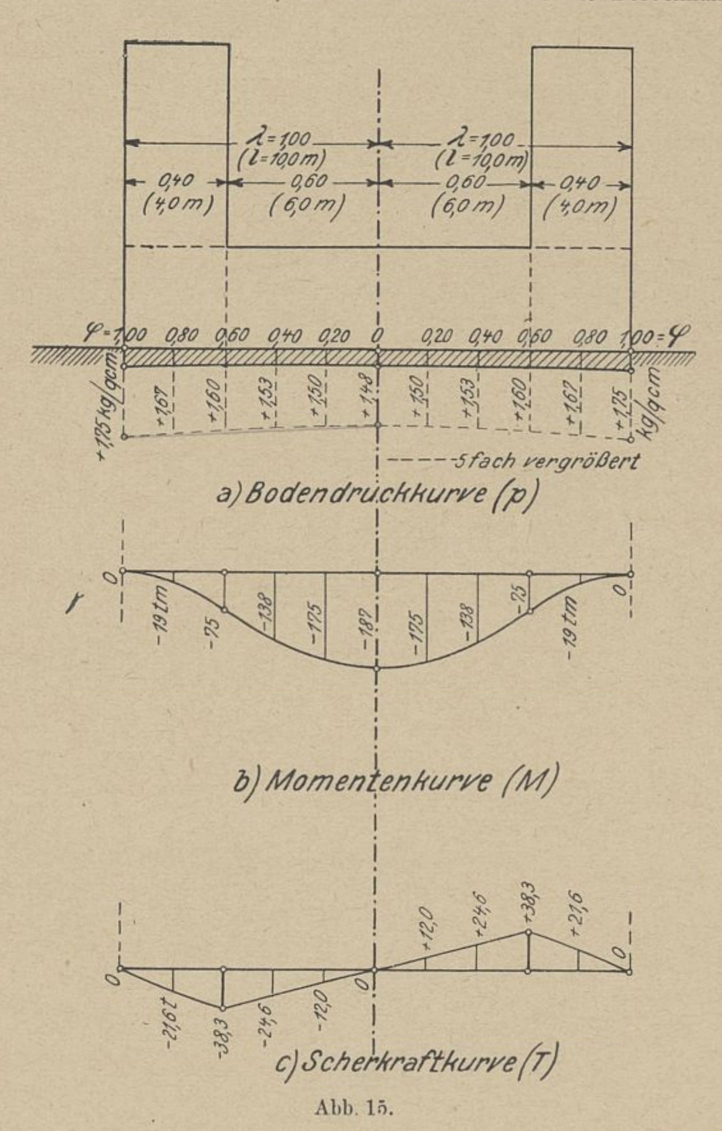


Abb. 15.

Um dem Leser einen anschaulichen Begriff von dem Einfluß der Stablängenzahl λ auf die Gestalt der Bodendruck-, Momenten- und Scherkraftkurven zu geben, sind solche Kurven für $\lambda = 3{,}91 - 2{,}0 - 1{,}0$ und für ein Belastungsschema nach Abb. 12a vom Verfasser berechnet und in Abb. 13a—c, 14a—c und 15a—c dargestellt worden. Um einen weiteren Maßstab dafür zu gewinnen, was man durch die Berücksichtigung der Bodenelastizität gewinnt, seien noch die Grenzfälle $\lambda = \infty$ und $\lambda = 0$ zum Vergleich herangezogen. In ersterem Grenzfalle (völlig starrer Boden) ist der Bodendruck an jeder Stelle gleich der Belastung, d. h. $p_c = 1{,}76 + 0{,}88 = 2{,}64$ kg/cm², das Biegungsmoment und die Scherkraft sind an jeder Stelle $= 0$. Im anderen Grenzfalle (flüssiger Boden) ist der Bodendruck gleichmäßig verteilt, d. h. $p_c = \frac{4{,}0}{10{,}0} \cdot 1{,}76 + 0{,}88 = 1{,}58$ kg/cm²; das Biegungsmoment in der Mitte ergibt sich zu $M_{max} = -211{,}2$ tm. Für p_c und M_{max} erhält man folgenden Vergleich:

λ	p_c kg/cm²	M_{max} tm	Bemerkungen
∞	+ 2,64	0	M_{max} für 1 m breiten Streifen berechnet
3,91	+ 3,01	— 9,5¹)	¹) Liegt nicht in der Mitte; hier $M_o = -3{,}52$ tm
2,00	+ 2,62	— 66,5²)	²) $M_{max} = M_o$ (Mitte)
1,00	+ 1,75	— 187,0²)	Kennzeichnend ist die starke Abminderung von
0	+ 1,68	— 211,2²)	M_{max} für $\lambda > 1{,}0$

4. Die Berücksichtigung der Verschiedenartigkeit und Veränderlichkeit des Baugrundes.

Unregelmäßigkeiten des Baugrundes und in noch höherem Maße Bewegungen in diesem können, wie spätere Zahlenbeispiele deutlich vor Augen führen werden, die Spannungen im Schleusenboden od. dgl. so ausschlaggebend beeinflussen, daß eine Berechnung des Schleusenbodens nach der Theorie des gleichmäßig elastisch gestützten Trägers als eine nutzlos verschwendete Mühe zu bezeichnen sein müßte, wenn die Möglichkeit der oben genannten Eigenschaften des Baugrundes nicht gebührend berücksichtigt werden würde.

Zunächst sei auf die verschiedenen Ursachen eingegangen, die zu den angedeuteten Störungserscheinungen im Baugrund Anlaß geben können.

Soweit die Unregelmäßigkeiten des Baugrundes in einem Wechsel von Bodenarten begründet sind, was man durch Messung der verschiedenen Bettungsziffern vorher feststellen kann, wird man sie leicht durch vorsichtige Wahl von E_o (eher zu klein als zu hoch) und durch geeignete Herabsetzung der zulässigen Spannungen berücksichtigen können.

Gefährlicher sind die nicht vorherzusehenden Erscheinungen, die dem Grade nach in drei Klassen zu unterscheiden sind:

a) Plastische Nachgiebigkeit des Baugrundes;
b) Unterspülungen infolge Wasserströmung im Untergrund;
c) Tektonische Bewegungen infolge
 α) Schrumpfung und Faltung der Erdrinde;
 β) Bildung unterirdischer Hohlräume (Erdfälle) durch Auswaschung von löslichen Salzen;
 γ) Bergbau unter Tage.

Von diesen drei Möglichkeiten treten bei der letzten (c) die krassesten Verhältnisse ein, während die beiden ersten Möglichkeiten (a und b) als abgemilderte Fälle angesprochen werden können.

Für Bauwerk in tektonischen Senkungsgegenden oder in Bergbaugebieten, die allen vorkommenden Formänderungen des Untergrundes gegenüber standfest bleiben sollten, kannte man früher nur die Berechnung nach den beiden in Abb. 16a und b dargestellten Unterstützungsarten. Die Untersuchung nach Abb. 16a lieferte die größten möglichen positiven, die nach Abb. 16b die größten möglichen negativen Biegungsmomente. Ein so berechnetes Bauwerk würde zwar sehr sicher, aber auch sehr teuer sein. Zur Herabminderung der Kosten sah man sich gezwungen, auf Grund willkürlicher Annahmen weniger weitgehende Voraussetzungen bezüglich der Unterhöhlungen zu machen.

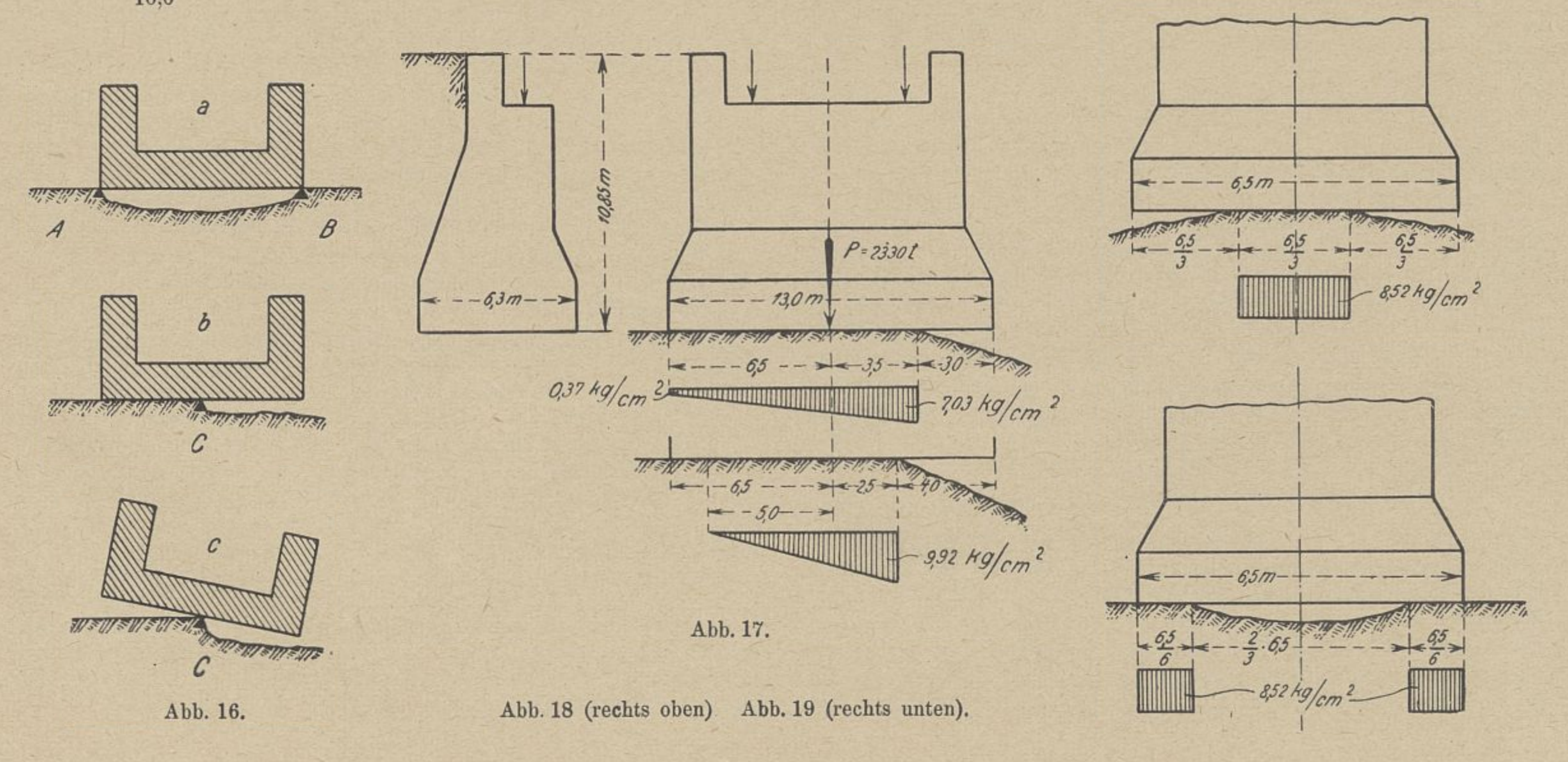


Abb. 16.

Abb. 17.

Abb. 18 (rechts oben) Abb. 19 (rechts unten).

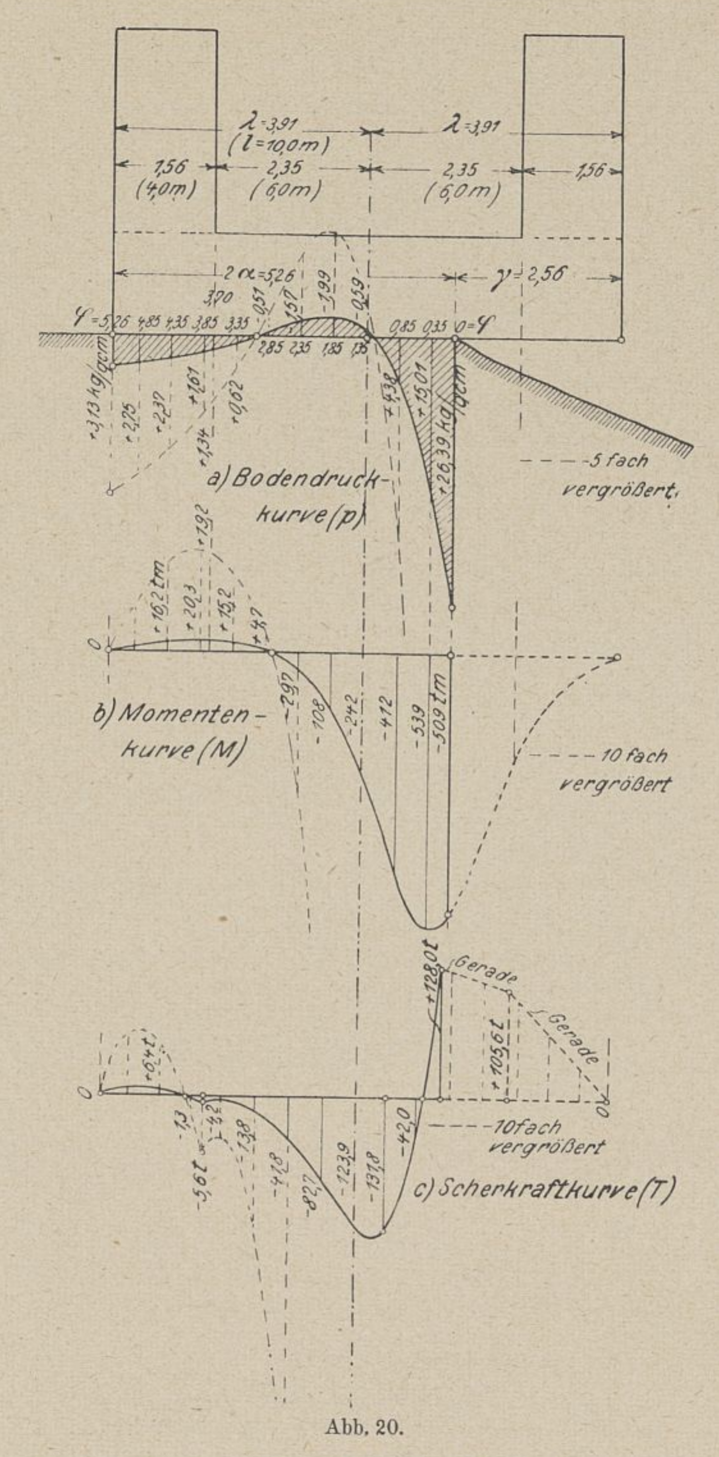


Abb. 20.

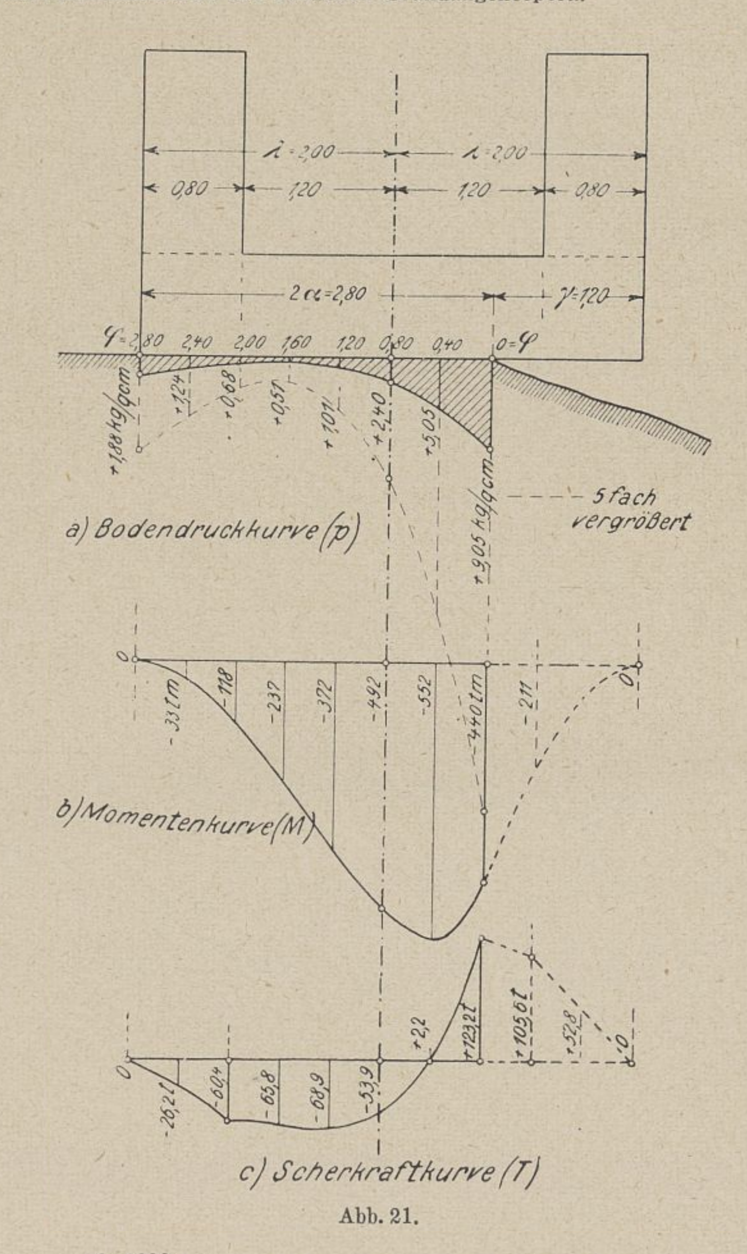


Abb. 21.

Nun besteht aber bei nachgiebigem Baugrund durchaus die Möglichkeit, die Unterhöhlungsstrecken in vernünftiger Weise zu beschränken, ohne die Sicherheit des Bauwerkes zu beeinträchtigen. Hierzu braucht man sich nur klar zu machen, daß im Unterhöhlungsfalle der Abb. 16a in den Punkten A und B und in dem der Abb. 16b im Punkte C die Flächenpressung auf die Einheit des Baugrundes unendlich groß werden mußte (vgl. Abb. 16c als übertriebene Darstellung des Falles der Abb. 16b). In Wirklichkeit kann die Flächenpressung jedoch nur bis zu dem Werte anwachsen, den man als die Tragfähigkeit des Baugrundes kennt und der bei einem mittelguten Baugrunde (3—5 kg/cm² zulässige Belastung) zu 6—20 kg/cm² angenommen werden kann. Man bewegt sich hierbei (in bezug auf das Bauwerk) auf der sicheren Seite, wenn man die Tragfähigkeit möglichst hoch, und auf der sparsamen Seite, wenn man sie möglichst niedrig einschätzt.

Als Erläuterung sei die Berechnung eines Brückenwiderlagers im Bergbau-Senkungsgebiet kurz erörtert. Nimmt man nach Abb. 17 einseitige Unterhöhlung an, so ergibt sich bei 3,0 m Unterhöhlungslänge eine größte Bodenpressung von 7,03 kg/cm², bei 4,0 m Unterhöhlungslänge eine solche von 9,92 kg/cm² (gegenüber $p = \frac{2330}{10 \cdot 6{,}30 \cdot 13{,}00} = 2{,}81$ kg/cm² bei voller Auflagerung). Da bei der vorliegenden Bodenart die Tragfähigkeit zu 9—10 kg/cm² angenommen werden konnte, schien die Beschränkung der freischwebenden Länge auf $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ der Gesamtlänge des Widerlagers begründet zu sein.

Nimmt man nach Abb. 18 das Widerlager als beiderseits unterhöhlt an, so ergibt sich bei einer Unterhöhlungslänge von je $\frac{1}{3}$ der Gesamtlänge eine gleichmäßig verteilte Bodenpressung von $\frac{3 \cdot 2330}{10 \cdot 6{,}30 \cdot 13{,}00} = 8{,}52$ kg/cm², also ein in der Größenordnung ebenfalls der Tragfähigkeit des Baugrundes entsprechender Wert.

Wird die Unterhöhlung nach Abb. 19 im mittleren Teile des Widerlagers angenommen, so wird die gleiche Wirkung wie vorher erzielt, wenn die Länge jeder Auflagefläche gleich $\frac{1}{6}$ der Gesamtlänge ist.

Bei dem soeben behandelten Beispiel fiel der Gründungskörper in das Gebiet der starren Träger. Schleusenböden gehören dagegen im allgemeinen zu den biegsamen Trägern. Hier wird sich der Bodendruck auf den Auflagerstrecken nicht immer geradlinig verteilen, es sei denn, daß die stellvertretende Länge α der Auflagerstrecke $a (\alpha = a \cdot m) < 1{,}2$ bis 0,8 ist.

Die Theorie unterhöhlter biegsamer Träger auf elastischem Baugrund wird aus der allgemeinen Theorie der elastisch gestützten Träger im folgenden II. Teil entwickelt werden. Auch hier ist aus Zweckmäßigkeitsgründen daran festgehalten, daß jedes Bauwerk, das irgendwelchen unvorherzusehenden Unterhöhlungen ausgesetzt ist, für drei Unterhöhlungsfälle zu berechnen ist, nämlich:

a) Einseitige Unterhöhlung am einen Ende;
b) beiderseitige Unterhöhlung an beiden Enden;
c) Unterhöhlung der Mitte.

Da es zur Erhöhung der Anschaulichkeit und zur besseren Ueberzeugung von der Wichtigkeit der Theorie der unterhöhlten Träger für die Berechnung von Schleusenböden zweifellos beitragen muß, wenn die Wirkung derartiger Untersuchungen auf die Größe des Bodendruckes, der Biegungsmomente und der Scherkräfte bei Schleusenböden zahlenmäßig vor Augen geführt wird, sind hier die Ergebnisse einiger durchgerechneter Beispiele beigefügt. (Abb. 20 bis 28.) Bei diesen Beispielen sind die in Abb. 1a dargestellten Belastungen wiederum zugrunde gelegt. Da hiermit nur ein Teil der auf den Schleusenboden entfallenden Lasten erfaßt wird (Wasserlast, Erddruck usw. sind noch nicht berücksichtigt), so sind die berechneten Größen für Bodendruck, Biegungsmoment und Scherkraft ebenfalls nur als Teilgrößen zu betrachten, wobei auch bezüglich der Tragfähigkeit des Baugrundes ein entsprechender Maßstab anzulegen ist.

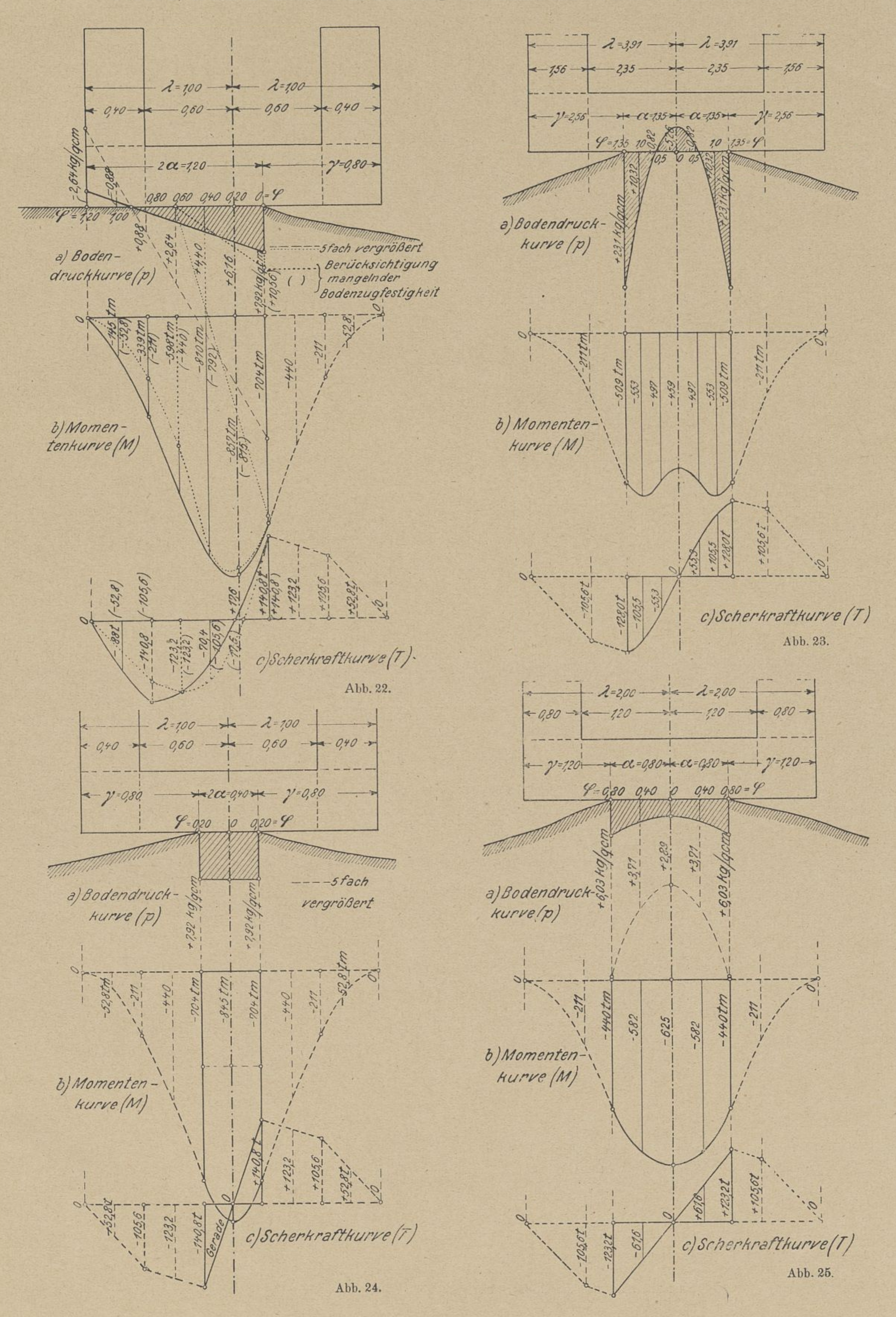


Abb. 22.

Abb. 23.

Abb. 24.

Abb. 25.

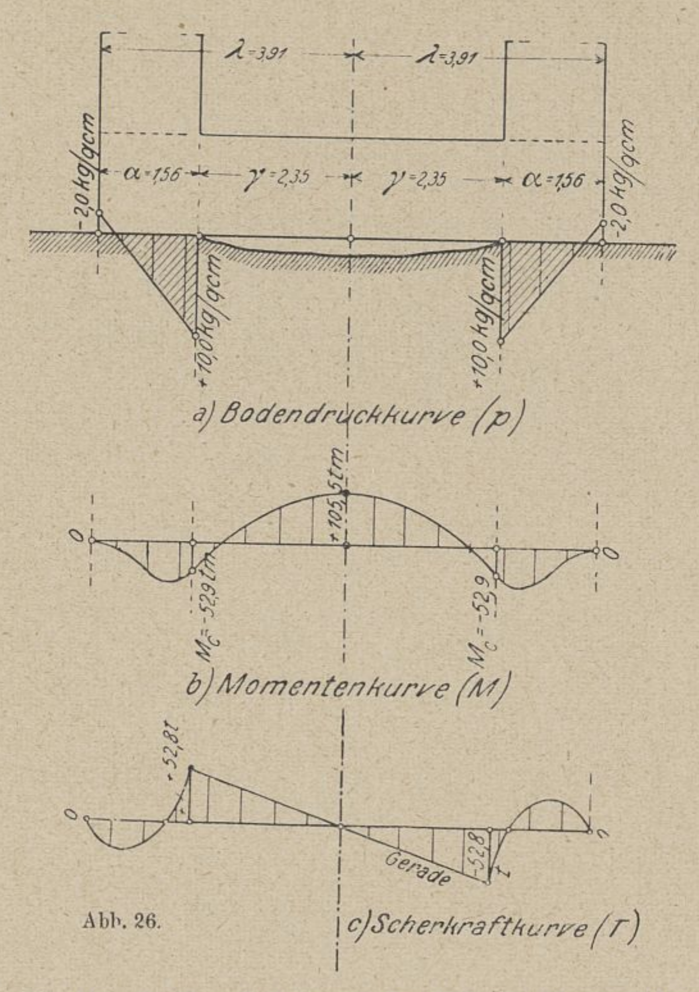


Abb. 26.

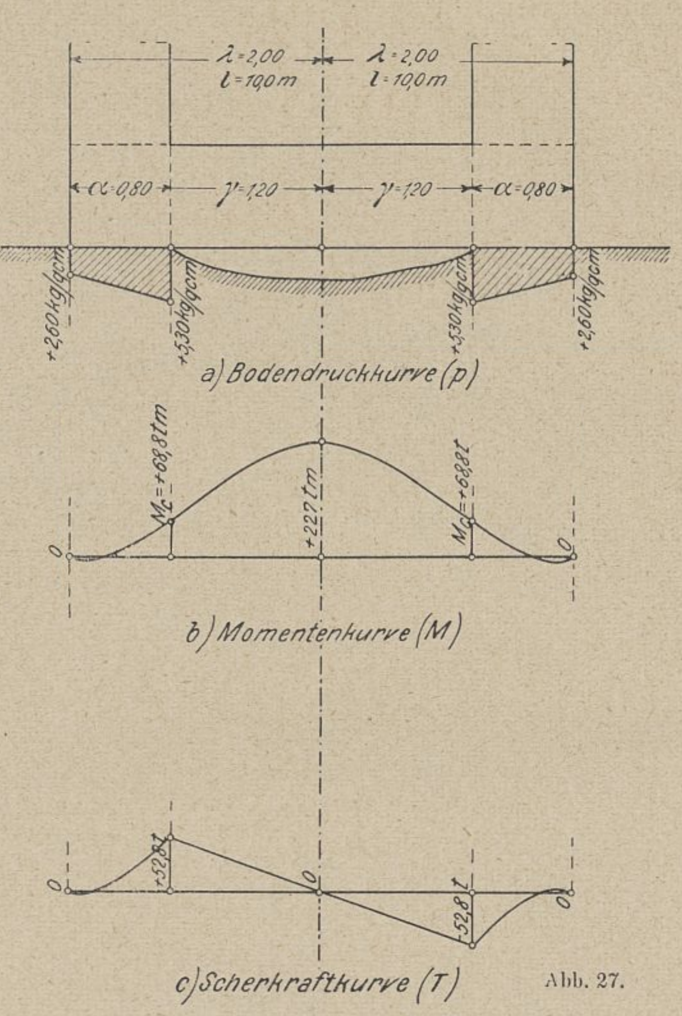


Abb. 27.

Die Abb. 20, 21 und 22 zeigen den Fall a): Einseitige Unterhöhlung an einem Ende für λ = 3,91 — 2,00 und 1,00, die Abb. 23, 24 und 25 den Fall b) des an beiden Enden und die Abb. 26, 27 und 28 den Fall c) des in der Mittelstrecke unterhöhlten Schleusenbodens für dieselbe Wertegruppe von λ. Die Ordinaten der Bodendruck-, Momenten- und Scherkraftkurven sind in den Abbildungen eingetragen.

Zur Erörterung der gewonnenen Ergebnisse sind die beiden Grenzfälle der Unterhöhlung heranzuziehen, nämlich:

Oberer Grenzfall: Unterhöhlungslängen = Max gemäß Abb. 16a und b.

Unterer Grenzfall: Unterhöhlungslängen = 0 (gewöhnlicher Balken auf elastischer Unterlage).

Indem man die beim unterhöhlten Bauwerk gewonnenen Ergebnisse mit denen der beiden Grenzfälle vergleicht, kann man die beiden naheliegenden Fragen beantworten:

1. Ist der Gewinn gegenüber dem unteren Grenzfall so gering, daß es genügen würde, den Schleusenboden in einfacherer Weise als gleichmäßig elastisch gelagert zu berechnen und nur die Sicherheitszahl entsprechend zu erhöhen bzw. die zulässigen Beanspruchungen herabzusetzen?

2. Ist der Gewinn gegenüber dem oberen Grenzfall so gering, daß es genügen würde, den Schleusenboden nach den zwar ungünstigeren, aber einfacheren Unterstützungsannahmen der Abb. 16a und b zu berechnen und nur die Sicherheitszahl entsprechend herabzusetzen bzw. die zulässigen Beanspruchungen zu erhöhen?

Im vorliegenden Beispiel sind die Zahlenwerte für den oberen Grenzfall aus den Belastungsangaben der Abb. 11a leicht zu berechnen; für den unteren Grenzfall sind sie aus den Abb. 13 bis 15 zu entnehmen. Die Betrachtung sei auf die größten Biegungsmomente (für 1 m breite Sohlenstreifen) beschränkt, für die sich folgende Gegenüberstellung ergibt:

λ =		3,91	2,00	1,00	
Unterer Grenzfall	rd.	— 10	— 66,5	— 187	tm
Unterhöhlung an einem Ende		— 540	— 560	— 870	„ *)
„ beiden Enden		— 560	— 625	— 845	„
Oberer Grenzfall gemäß Abb. 16b			— 1003		
Unterhöhlung in der Mitte		+ 106	+ 261	+ 227	„
Oberer Grenzfall gemäß Abb. 16a			+ 581		

*) — 820 tm bei Berücksichtigung nicht vorhandener Zugfestigkeit zwischen Gründung und Baugrund.

Selbstverständlich darf nicht vergessen werden, daß die angegebenen Zahlenwerte auf willkürlich gewählten Voraussetzungen beruhen und auch nur Teilergebnisse darstellen. Sie können also ebenso wie die folgenden Schlüsse nicht verallgemeinert werden, sondern nur als Richtlinien für solche praktischen Fälle dienen, in denen man die vorstehend aufgeworfenen Fragen tatsächlich zu prüfen haben würde.

Aus den zusammengestellten Zahlenwerten würde man folgendes schließen können:

a) Bei kleinen Werten von λ (λ < 1,0) würde es gemäß Frage 2 vielleicht empfehlenswert sein, die Berechnung nach dem oberen Grenz-

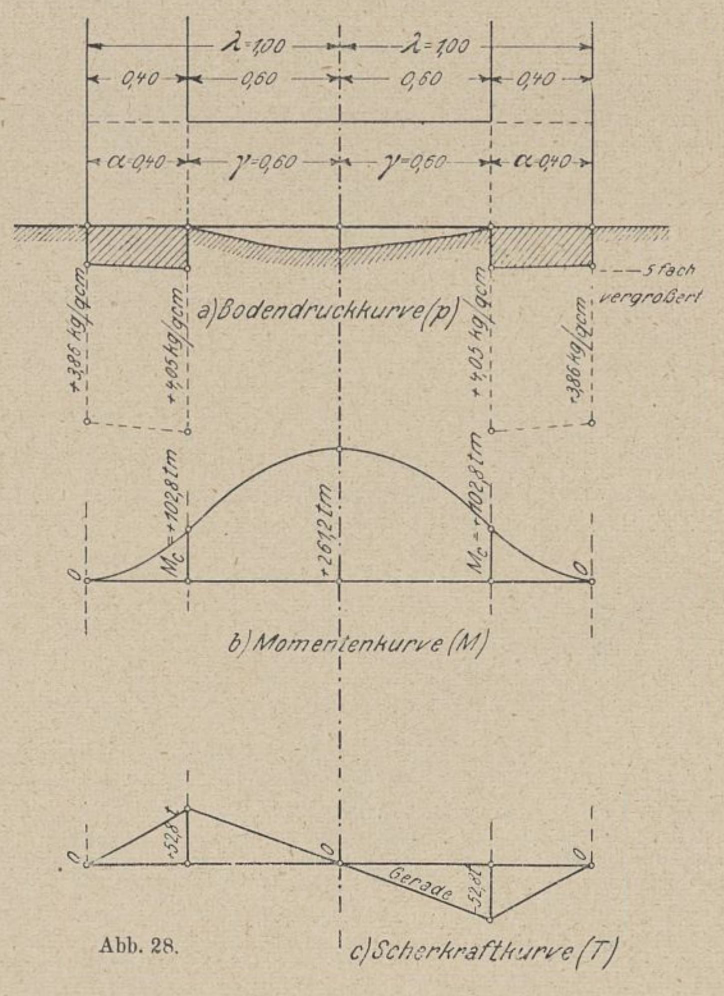


Abb. 28.

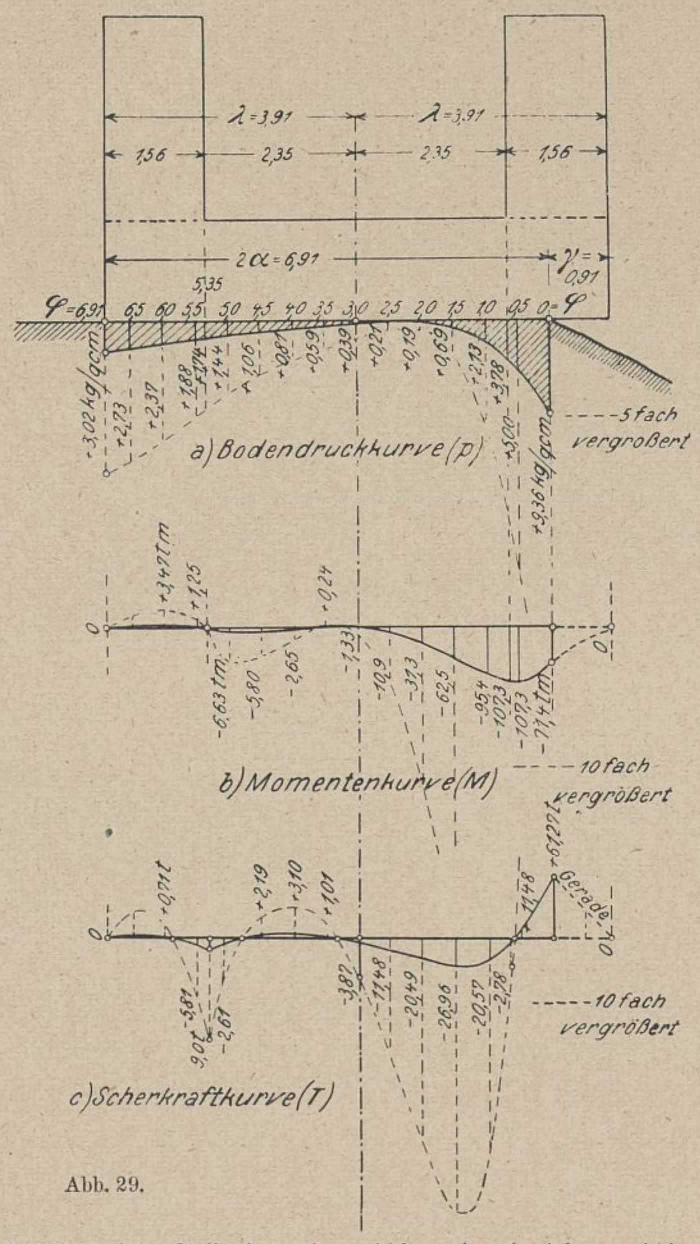


Abb. 29.

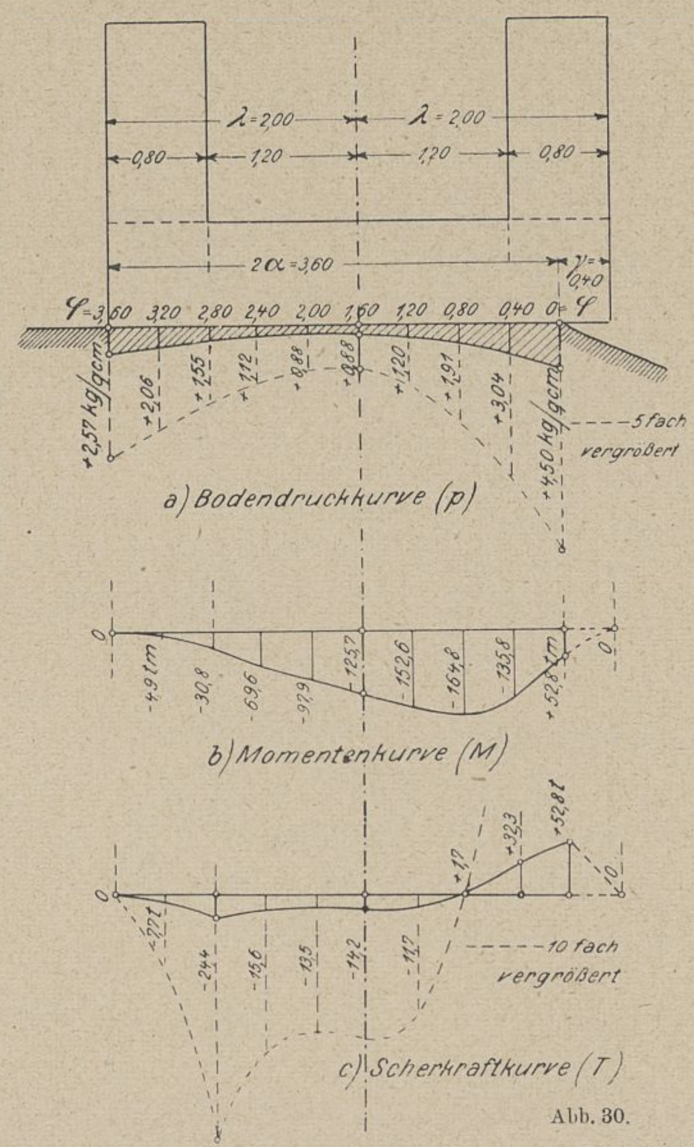


Abb. 30.

fall Abb. 16 b an Stelle des einseitig oder beiderseitig an den Enden unterhöhlten, elastisch gestützten Balkens durchzuführen und eine nach Größen von λ abgestufte Erhöhung der zulässigen Beanspruchung einzuführen (z. B. 20 v H Erhöhung für $\lambda = 1{,}0$, 10 v H für $\lambda = 0{,}5$ usw.); dies gilt aber nicht für Unterhöhlung im mittleren Teil.

b) Bei Unterhöhlungen im mittleren Teile ist die genauere Rechnung nach der Theorie des elastisch gestützten, unterhöhlten Balkens stets durchzuführen.

c) Die Berechnung nach dem unteren Grenzfalle gemäß Frage 1 kommt bei großen Unterhöhlungslängen, wie sie bei Bauwerken in tektonischen oder Bergbausenkungsgebieten stets anzunehmen sind, nicht in Betracht.

* * *

Es bleibt noch übrig, an Hand einer gleichartigen Betrachtung die Verhältnisse nachzuprüfen, wie sie in milderen Fällen von Baugrundsenkungen vorliegen.

Als solche waren oben angeführt worden:

a) Plastische Nachgiebigkeit des Baugrundes.

b) Unterspülungen infolge Wasserströmung.

Von diesen beiden Fällen ist wiederum der erste der weniger gefährliche, der dem unteren Grenzfalle am nächsten kommt. Er tritt auf, wenn der Baugrund aus weichem oder halbfestem Ton besteht. Durch die Belastung wird der Baugrund verschieden stark verdichtet, infolgedessen ist schon die Bettungsziffer nicht überall die gleiche. Nach Aufhören der Belastung oder eines Teiles davon würde der Baugrund die durch die Verdichtung erlangte Formänderung zum Teil beibehalten, was einer geringfügigen Senkung des Baugrundes an der Stelle der stärksten Verdichtung gleichwertig ist.

Bei plastischem Baugrunde wird ebenso wie in dem oben erwähnten Falle eines Baugrundes mit wechselnder Bettungsziffer die Untersuchung durch Probebelastungen und durch Festigkeitsproben im Laboratorium den besten Anhalt dafür liefern, welchem Berechnungsverfahren der Vorzug zu geben ist. Je nach dem Ausfall der Untersuchungen wird die Gründung entweder als gleichmäßig elastisch gelagerter Träger (unterer Grenzfall) mit ermäßigten zulässigen Beanspruchungen oder wie die folgende Kategorie der unterspülten Bauwerke zu behandeln sein.

Bei den Bauwerken, die der Gefahr einer Unterspülung unterliegen, ist zu unterscheiden zwischen solchen an freiem Wasser, wie Molenkörper im offenen Meere, Pfeiler in Flüssen, Ufermauern in Häfen usw., die ebenso zu behandeln sind wie Bauwerke in Senkungsgebieten (Fall c, s. oben), und solchen, bei denen lediglich Grundwasserströmungen als Ursache von Unterkolkungen auftreten können. Solche Verhältnisse werden bei Binnenschiffahrtschleusen mit größerem Gefälle vielfach vorliegen, weil die Bildung von Wasseradern zwischen der oberen und der unteren Haltung nicht immer mit Sicherheit zu vermeiden sein wird.

Da man niemals voraussagen kann, an welcher Stelle die Wasseradern auftreten werden, wird man sicherheitshalber stets die oben angeführten drei Unterhöhlungsfälle untersuchen oder sich wenigstens auf die beiden Fälle: „Beiderseitige Unterhöhlung an den Enden“ und „Unterhöhlung in der Mitte“ beschränken, da ja die Beispiele gezeigt haben, daß der unsymmetrische Fall: „Einseitige Unterhöhlung an einem Ende“ im allgemeinen nicht wesentlich andere Ergebnisse liefert, wie der Fall der symmetrischen Unterhöhlung beider Enden. Man wird jedoch die Unterhöhlungsstrecken entsprechend kürzer zu wählen haben als bei Bauwerken im Senkungsgebiet. Wie weit man hier gehen kann, müssen die örtlichen Verhältnisse des Einzelfalles im Bunde mit praktischer Erfahrung und treffsicherer Einschätzung ergeben.

Zur Veranschaulichung eines milderen Falles ist in den Abb. 29 bis 33 das frühere Beispiel mit kurzen Unterhöhlungsstrecken dargestellt. Die Abb. 29 und 30 zeigen einseitige Unterhöhlung für $\lambda = 3{,}91$ und $2{,}00$, die Abb. 31 und 32 beiderseitige Unterhöhlung für $\lambda = 3{,}91$ und $2{,}00$ und die Abb. 33 für $\lambda = 3{,}91$ die Unterhöhlung in der Mitte. Die Beispiele lehren deutlich, daß selbst bei kurzen Unterhöhlungsstrecken die Momente und Scherkräfte von dem unteren Grenzfalle (Unterhöhlungslängen = 0) bedeutend abweichen.

* * *

Abschließend kann man das Ergebnis der physikalischen und praktischen Erörterungen sowie das der Beispiele dahin zusammenfassen, daß die theoretischen Entwicklungen des folgenden II. Teiles für eine einwandfreie Berechnung von Schleusenböden u. dgl., wenn man allen vorkommenden Möglichkeiten Rechnung tragen will, ihre wohlbegründete Daseinsberechtigung besitzen.

Abb. 31.

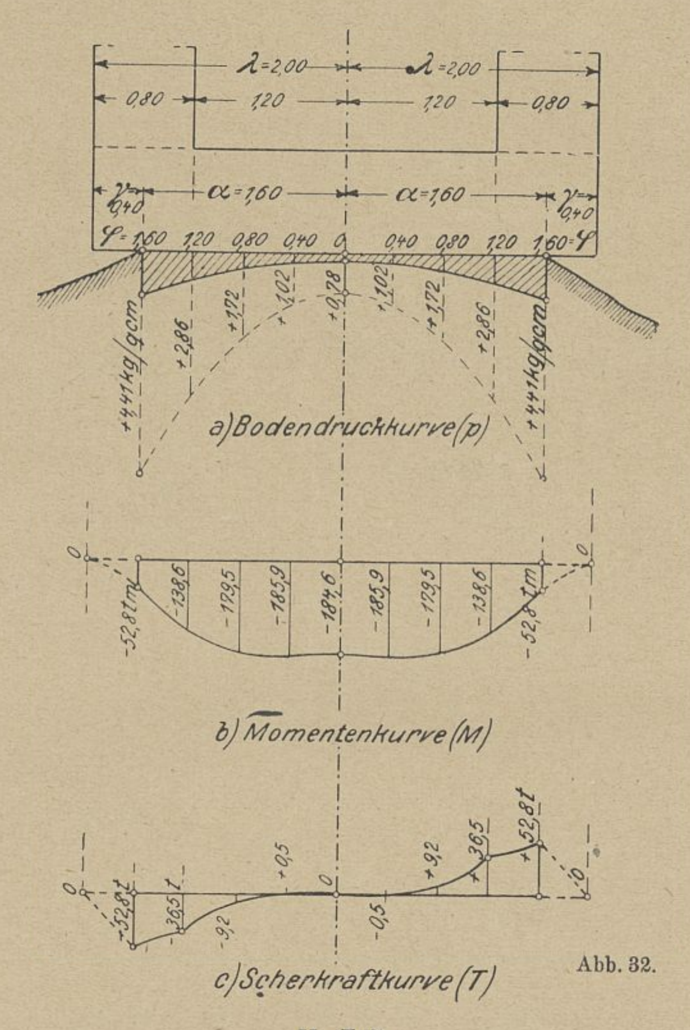


Abb. 32.

Abb. 33.

II. Teil.
Theorie der unterhöhlten Gründungssohlen auf elastischer Unterlage.

1. Grundfunktionen und Stabfestwerte.

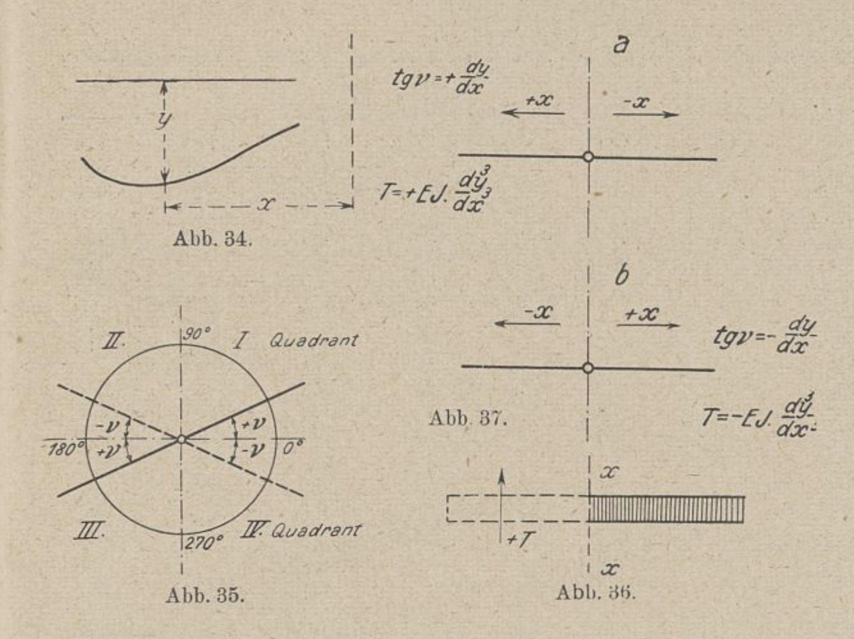
a) Endlicher (kurzer) Stab.

Man denke sich aus einem Träger auf elastischer Unterlage ein Stück herausgeschnitten, das zwischen zwei Unstetigkeitsstellen liegt, wobei Unstetigkeiten im Baugrund, im Trägerquerschnitt und in der Belastung möglich sind, und bezeichne mit x den Abstand eines Trägerquerschnittes von irgendeinem Abszissennullpunkt (Abb. 34), ferner mit φ das Produkt $x \cdot m = x \sqrt[4]{\frac{E_0 b}{4 EJ}}$, worin in bekannter Weise E_0 die Bettungsziffer (kg/cm³), b die Trägerbreite (cm), E die Elastizitätszahl des Trägerbaustoffs (kg/cm²) und J das Trägheitsmoment des Trägerquerschnitts (cm⁴) bedeuten. Alsdann ergeben sich an der Stelle x die Ausdrücke für die Senkung y, den Bodendruck p, den Neigungswinkel ν der Tangente an die Senkungslinie, das Biegungsmoment M und die Scherkraft T in folgender Form:

$$1) \quad \begin{cases} y = & a\cdot\mathfrak{C}_\varphi + b\cdot\mathfrak{C}'_\varphi + d\cdot\mathfrak{C}''_\varphi + e\cdot\mathfrak{C}'''_\varphi \\ p = y \cdot E_0 = & E_0\left(a\cdot\mathfrak{C}_\varphi + b\cdot\mathfrak{C}'_\varphi + d\cdot\mathfrak{C}''_\varphi + e\cdot\mathfrak{C}'''_\varphi\right) \\ \operatorname{tg}\nu = \pm\frac{dy}{dx} = & \pm m\left(a\cdot\mathfrak{C}'_\varphi + b\cdot\mathfrak{C}''_\varphi + d\cdot\mathfrak{C}'''_\varphi - 4e\cdot\mathfrak{C}_\varphi\right) \\ M = -EJ\cdot\frac{d^2y}{dx^2} = & -EJ\cdot m^2\left(a\cdot\mathfrak{C}''_\varphi + b\cdot\mathfrak{C}'''_\varphi - 4d\cdot\mathfrak{C}_\varphi - 4c\cdot\mathfrak{C}'_\varphi\right) \\ T = \pm EJ\cdot\frac{d^3y}{dx^3} = & \pm EJ\cdot m^3\left(a\cdot\mathfrak{C}'''_\varphi - 4b\cdot\mathfrak{C}_\varphi - 4d\cdot\mathfrak{C}'_\varphi - 4e\cdot\mathfrak{C}''_\varphi\right) \end{cases}$$

Wegen $m^4 = \frac{E_0 b}{4 EJ}$ kann man in den Formeln für M und T auch $\frac{E_0 b}{4 m^2}$ statt $EJ \cdot m^2$ und $\frac{E_0 b}{4 m}$ statt $EJ \cdot m^3$ setzen.

Als Unbekannte treten die vier Festwerte a, b, d und e auf, deren Größe durch die Art der Belastung, die Abmessungen des Trägers und die Lage des Abszissennullpunktes ($x = 0$) bedingt ist. Hat der Träger n Unstetigkeitsstellen, so sind $4\,(n+1)$ Unbekannte zu bestimmen. Im folgenden werden nur Träger mit unveränderlichem Querschnitt behandelt, so daß die Unstetigkeiten nur bei der Belastung und beim Baugrund eintreten können. Das Verfahren zur Bestimmung der Festwerte und ihre Ueberführung in handliche Ausdrücke ist vom Verfasser in früheren Aufsätzen so eingehend gezeigt worden, daß er glaubt, sich in der vorliegen-



den Arbeit auf die Wiedergabe der fertigen Formeln beschränken zu können.

Bei tgν und T sind die Vorzeichen davon abhängig, in welcher Richtung vom Abszissennullpunkt aus die Abszissen x positiv angenommen werden, d. i. also vom Vorzeichen von dx. Für Winkel nimmt man im allgemeinen ein positives Vorzeichen an, wenn sie durch Drehung im entgegengesetzten Uhrzeigerdrehsinn aus der Wagerechten hervorgegangen sind (Abb. 35). Scherkräfte werden als positiv bezeichnet, wenn sie den Trägerteil links vom Querschnitt $x - x$ nach oben zu schieben trachten (Abb. 36). Infolgedessen gilt bei tgν und T das $+$Zeichen, wenn die Abszissen x von rechts nach links fortschreitend als positiv gelten (Abb. 37 a), dagegen das $-$Zeichen, wenn die Abszissen x von links nach rechts fortschreitend als positiv gelten (Abb. 37 b). Auf diese Vorzeichenregeln muß zur Vermeidung von Irrtümern bei Anwendung der Formeln geachtet werden.

Beim Rechnen mit den $\mathfrak{C}$-Funktionen werden die folgenden Beziehungen häufig gebraucht; soweit sie teilweise bereits in früheren Aufsätzen mitgeteilt worden sind, werden sie der Vollständigkeit halber wiederholt aufgeführt.

$$2)\begin{cases} \mathfrak{C}_\varphi = \mathfrak{Cof}\,\varphi \cdot \cos\varphi \\ \mathfrak{C}'_\varphi = \frac{d\mathfrak{C}\varphi}{d\varphi} = \mathfrak{Sin}\,\varphi \cdot \cos\varphi - \mathfrak{Cof}\,\varphi \cdot \sin\varphi \\ \mathfrak{C}''_\varphi = \frac{d^2\mathfrak{C}\varphi}{d\varphi^2} = -2\,\mathfrak{Sin}\,\varphi \cdot \sin\varphi \\ \mathfrak{C}'''_\varphi = \frac{d^3\mathfrak{C}\varphi}{d\varphi^3} = -2(\mathfrak{Sin}\,\varphi \cdot \cos\varphi + \mathfrak{Cof}\,\varphi \cdot \sin\varphi) \\ \mathfrak{C}^{IV}_\varphi = \frac{d^4\mathfrak{C}\varphi}{d\varphi^4} = -4\,\mathfrak{Cof}\,\varphi \cdot \cos\varphi = -4\,\mathfrak{C}_\varphi \\ \text{usw.} \end{cases} \qquad \begin{array}{l} \text{Zu 2)} \\ \text{Für } \varphi = 0 \text{ wird} \\ \mathfrak{C}_\varphi = 1 \\ \mathfrak{C}'_\varphi = \mathfrak{C}''_\varphi = \mathfrak{C}'''_\varphi = 0 \\ \mathfrak{C}^{IV}_\varphi = -4 \\ \text{usw.} \end{array}$$

$$3)\begin{cases} \mathfrak{C}_{(\alpha-\beta)} = \mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}_\beta + \frac{1}{4}\mathfrak{C}'_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\beta - \frac{1}{4}\mathfrak{C}''_\alpha \cdot \mathfrak{C}''_\beta + \frac{1}{4}\mathfrak{C}'''_\alpha \cdot \mathfrak{C}'_\beta \\ \mathfrak{C}'_{(\alpha-\beta)} = -\mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}'_\beta + \mathfrak{C}'_\alpha \cdot \mathfrak{C}_\beta + \frac{1}{4}\mathfrak{C}''_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\beta - \frac{1}{4}\mathfrak{C}'''_\alpha \cdot \mathfrak{C}''_\beta \\ \mathfrak{C}''_{(\alpha-\beta)} = \mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}''_\beta - \mathfrak{C}'_\alpha \cdot \mathfrak{C}'_\beta + \mathfrak{C}''_\alpha \cdot \mathfrak{C}_\beta + \frac{1}{4}\mathfrak{C}'''_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\beta \\ \mathfrak{C}'''_{(\alpha-\beta)} = -\mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\beta + \mathfrak{C}'_\alpha \cdot \mathfrak{C}''_\beta - \mathfrak{C}''_\alpha \cdot \mathfrak{C}'_\beta + \mathfrak{C}'''_\alpha \cdot \mathfrak{C}_\beta. \end{cases}$$

$$4)\begin{cases} \mathfrak{C}_{(\alpha+\beta)} = \mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}_\beta - \frac{1}{4}\mathfrak{C}'_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\beta - \frac{1}{4}\mathfrak{C}''_\alpha \cdot \mathfrak{C}''_\beta - \frac{1}{4}\mathfrak{C}'''_\alpha \cdot \mathfrak{C}'_\beta \\ \mathfrak{C}'_{(\alpha+\beta)} = \mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}'_\beta + \mathfrak{C}'_\alpha \cdot \mathfrak{C}_\beta - \frac{1}{4}\mathfrak{C}''_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\beta - \frac{1}{4}\mathfrak{C}'''_\alpha \cdot \mathfrak{C}''_\beta \\ \mathfrak{C}''_{(\alpha+\beta)} = \mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}''_\beta + \mathfrak{C}'_\alpha \cdot \mathfrak{C}'_\beta + \mathfrak{C}''_\alpha \cdot \mathfrak{C}_\beta - \frac{1}{4}\mathfrak{C}'''_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\beta \\ \mathfrak{C}'''_{(\alpha+\beta)} = \mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\beta + \mathfrak{C}'_\alpha \cdot \mathfrak{C}''_\beta + \mathfrak{C}''_\alpha \cdot \mathfrak{C}'_\beta + \mathfrak{C}'''_\alpha \cdot \mathfrak{C}_\beta \end{cases}$$

Aus 3) und 4) folgt:

$$5)\begin{cases} \mathfrak{C}_{(\alpha+\beta)} + \mathfrak{C}_{(\alpha-\beta)} = 2\mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}_\beta - \frac{1}{2}\mathfrak{C}''_\alpha \cdot \mathfrak{C}''_\beta \\ \mathfrak{C}'_{(\alpha+\beta)} + \mathfrak{C}'_{(\alpha-\beta)} = 2\mathfrak{C}'_\alpha \cdot \mathfrak{C}_\beta - \frac{1}{2}\mathfrak{C}'''_\alpha \cdot \mathfrak{C}''_\beta \\ \mathfrak{C}''_{(\alpha+\beta)} + \mathfrak{C}''_{(\alpha-\beta)} = 2\mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}''_\beta + 2\mathfrak{C}''_\alpha \cdot \mathfrak{C}_\beta \\ \mathfrak{C}'''_{(\alpha+\beta)} + \mathfrak{C}'''_{(\alpha-\beta)} = 2\mathfrak{C}'_\alpha \cdot \mathfrak{C}''_\beta + 2\mathfrak{C}'''_\alpha \cdot \mathfrak{C}_\beta \end{cases}$$

$$6)\begin{cases} \mathfrak{C}_{(\alpha+\beta)} - \mathfrak{C}_{(\alpha-\beta)} = -\frac{1}{2}\mathfrak{C}'_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\beta - \frac{1}{2}\mathfrak{C}'''_\alpha \cdot \mathfrak{C}'_\beta \\ \mathfrak{C}'_{(\alpha+\beta)} - \mathfrak{C}'_{(\alpha-\beta)} = 2\mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}'_\beta - \frac{1}{2}\mathfrak{C}''_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\beta \\ \mathfrak{C}''_{(\alpha+\beta)} - \mathfrak{C}''_{(\alpha-\beta)} = 2\mathfrak{C}'_\alpha \cdot \mathfrak{C}'_\beta - \frac{1}{2}\mathfrak{C}'''_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\beta \\ \mathfrak{C}'''_{(\alpha+\beta)} - \mathfrak{C}'''_{(\alpha-\beta)} = 2\mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\beta + 2\mathfrak{C}''_\alpha \cdot \mathfrak{C}'_\beta \end{cases}$$

Aus 3) bis 6) folgt ferner:

$$7)\begin{cases} \mathfrak{C}_{2\alpha} = (\mathfrak{C}_\alpha)^2 - \frac{1}{2}\mathfrak{C}'_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\alpha - \frac{1}{4}(\mathfrak{C}''_\alpha)^2 \\ \mathfrak{C}'_{2\alpha} = 2\mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}'_\alpha - \frac{1}{2}\mathfrak{C}''_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\alpha \\ \mathfrak{C}''_{2\alpha} = 2\mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}''_\alpha + (\mathfrak{C}'_\alpha)^2 - \frac{1}{4}(\mathfrak{C}'''_\alpha)^2 \\ \mathfrak{C}'''_{2\alpha} = 2\mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\alpha + 2\mathfrak{C}'_\alpha \cdot \mathfrak{C}''_\alpha \end{cases}$$

$$8)\begin{cases} 1 = (\mathfrak{C}_\alpha)^2 + \frac{1}{2}\mathfrak{C}'_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\alpha - \frac{1}{4}(\mathfrak{C}''_\alpha)^2 \\ 0 = 2\mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}''_\alpha - (\mathfrak{C}'_\alpha)^2 + \frac{1}{4}(\mathfrak{C}'''_\alpha)^2 \\ \mathfrak{C}_{2\alpha} + 1 = 2(\mathfrak{C}_\alpha)^2 - \frac{1}{2}(\mathfrak{C}''_\alpha)^2 \\ \mathfrak{C}_{2\alpha} - 1 = -\mathfrak{C}'_\alpha \cdot \mathfrak{C}'''_\alpha \\ \mathfrak{C}''_{2\alpha} = 4\mathfrak{C}_\alpha \cdot \mathfrak{C}''_\alpha. \end{cases}$$

Entwicklung der $\mathfrak{C}$-Funktionen zu unendlichen Reihen:

$$9)\begin{cases} \mathfrak{C}_\varphi = 1 - \frac{4}{4!}\varphi^4 + \frac{4^2}{8!}\varphi^8 - \frac{4^3}{12!}\varphi^{12} + \cdots - \cdots \\ \mathfrak{C}'_\varphi = -\frac{4}{3!}\varphi^3 + \frac{4^2}{7!}\varphi^7 - \frac{4^3}{11!}\varphi^{11} + \cdots - \cdots \\ \mathfrak{C}''_\varphi = -\frac{4}{2!}\varphi^2 + \frac{4^2}{6!}\varphi^6 - \frac{4^3}{10!}\varphi^{10} + \cdots - \cdots \\ \mathfrak{C}'''_\varphi = -4\varphi + \frac{4^2}{5!}\varphi^5 - \frac{4^3}{9!}\varphi^9 + \cdots - \cdots \end{cases}$$

Diese vier Reihen konvergieren stark und gestatten, die $\mathfrak{C}$-Funktionen leicht und genau zu berechnen. Um diese Berechnung jedoch bei dem praktischen Gebrauch der Formeln entbehrlich zu machen, ist als Tabelle 1 eine Zusammenstellung von Zahlenwerten der vier $\mathfrak{C}$-Funktionen für den Bereich des Argumentes φ zwischen 0 und 4,20 mit Zwischenstufen von 0,01 zu 0,01 hier beigegeben. Eine Tafel der Hyperbel-Kreisfunktionen findet sich auch im Anhange des Buches: „Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage" von K. Hayashi (Berlin 1921, Verlag J. Springer). Ferner sind von demselben Verfasser „Fünfstellige Tafeln der Kreis- und Hyperbelfunktionen" (Berlin und Leipzig 1921, Vereinigung wissenschaftlicher Verleger) herausgegeben worden, deren Anwendung im Bedarfsfalle empfohlen werden kann.

In den Ausdrücken für die „Querschnittsfestwerte" a, b, d und $\mathfrak{e}$ erscheinen die nur vom Biegsamkeitsmaß $m = \sqrt[4]{\frac{E_0 b}{4EJ}}$ und der halben Stablänge l, d. h. nur von der Längenzahl $\lambda = m \cdot l$ abhängigen „Stabfestwerte" der folgenden Gruppen 10 a und 10 b, wenn die Abszissen x von der Stabmitte aus gerechnet werden:

$$10a)\begin{cases} u = \frac{2 + \mathfrak{Cof}\,2\lambda + \cos 2\lambda}{n} \\ v = -\frac{\mathfrak{Cof}\,2\lambda - \cos 2\lambda}{n} \\ w = -\frac{\mathfrak{Cof}\,2\lambda + \cos 2\lambda - 2}{n} \\ \text{mit } n = \mathfrak{Sin}\,2\lambda + \sin 2\lambda \end{cases}$$

$$10b)\begin{cases} u' = \frac{2 + \mathfrak{Cof}\,2\lambda + \cos 2\lambda}{n'} \\ v' = -\frac{\mathfrak{Cof}\,2\lambda - \cos 2\lambda}{n'} \\ w' = -\frac{\mathfrak{Cof}\,2\lambda + \cos 2\lambda - 2}{n'} \\ \text{mit } n' = \mathfrak{Sin}\,2\lambda - \sin 2\lambda \end{cases}$$

Die Gruppe 10 b kommt nur bei unsymmetrischen Lastanordnungen vor. Eine kleine Zahlentafel der Stabfestwerte für den Bereich des Argumentes λ von 0 bis π ist als Tabelle 2 beigegeben. Bei der praktischen Anwendung wird es in der Regel möglich sein, den Wert von λ auf die nächstliegende Zahl der Tabelle 2 abzurunden.

Rechnet man die Abszissen nicht von der Stabmitte, sondern vom Stabende aus, so erscheinen die Stabfestwerte in der Form der Gruppe 11.

$$11)\begin{cases} U = \frac{\mathfrak{Sin}\,4\lambda - \sin 4\lambda}{N} \qquad W = \frac{\mathfrak{Sin}\,4\lambda + \sin 4\lambda}{N} \\ V = \frac{\mathfrak{Cof}\,4\lambda - \cos 4\lambda}{N} \qquad N = \mathfrak{Cof}\,4\lambda + \cos 4\lambda - 2 \end{cases}$$

Tabelle 1. Große Tafel der 𝔈-Funktionen für Veränderliche φ von 0 bis 4,20.

φ	$\mathfrak{E}_\varphi$	$\mathfrak{E}'_\varphi$	$\mathfrak{E}''_\varphi$	$\mathfrak{E}'''_\varphi$
0,00	1,000	0,000	0,000	0,000
0,01	1,000	— 0,000$_0$	— 0,000	— 0,040
0,02	1,000	— 0,000$_0$	— 0,001	— 0,080
0,03	1,000	— 0,000$_0$	— 0,002	— 0,120
0,04	1,000	— 0,000$_0$	— 0,003	— 0,160
0,05	1,000	— 0,000$_1$	— 0,005	— 0,200
0,06	1,000	— 0,000$_1$	— 0,007	— 0,240
0,07	1,000	— 0,000$_2$	— 0,010	— 0,280
0,08	1,000	— 0,000$_3$	— 0,013	— 0,320
0,09	1,000	— 0,000$_5$	— 0,016	— 0,360
0,10	1,000	— 0,001	— 0,020	— 0,400
0,11	1,000	— 0,001	— 0,024	— 0,440
0,12	1,000	— 0,001	— 0,029	— 0,480
0,13	1,000	— 0,001$_5$	— 0,034	— 0,520
0,14	1,000	— 0,002	— 0,039	— 0,560
0,15	1,000	— 0,002	— 0,045	— 0,600
0,16	1,000	— 0,003	— 0,051	— 0,640
0,17	1,000	— 0,003	— 0,058	— 0,680
0,18	1,000	— 0,004	— 0,065	— 0,720
0,19	1,000	— 0,005	— 0,072	— 0,760
0,20	1,000	— 0,005	— 0,080	— 0,800
0,21	1,000	— 0,006	— 0,088	— 0,840
0,22	1,000	— 0,007	— 0,097	— 0,880
0,23	1,000	— 0,008	— 0,106	— 0,920
0,24	0,999$_5$	— 0,009	— 0,115	— 0,960
0,25	0,999	— 0,010	— 0,125	— 1,000
0,26	0,999	— 0,012	— 0,135	— 1,040
0,27	0,999	— 0,013	— 0,146	— 1,080
0,28	0,999	— 0,015	— 0,157	— 1,120
0,29	0,999	— 0,016	— 0,168	— 1,160
0,30	0,999	— 0,018	— 0,180	— 1,200
0,31	0,998	— 0,020	— 0,192	— 1,240
0,32	0,998	— 0,022	— 0,205	— 1,280
0,33	0,998	— 0,024	— 0,218	— 1,319
0,34	0,998	— 0,026	— 0,231	— 1,359
0,35	0,997$_5$	— 0,028	— 0,245	— 1,399
0,36	0,997	— 0,031	— 0,259	— 1,439
0,37	0,997	— 0,034	— 0,274	— 1,479
0,38	0,997	— 0,037	— 0,289	— 1,519
0,39	0,996	— 0,040	— 0,304	— 1,559
0,40	0,996	— 0,043	— 0,320	— 1,598
0,41	0,995	— 0,046	— 0,336	— 1,638
0,42	0,995	— 0,049	— 0,353	— 1,678
0,43	0,994	— 0,053	— 0,370	— 1,718
0,44	0,994	— 0,057	— 0,387	— 1,758
0,45	0,993	— 0,061	— 0,405	— 1,798
0,46	0,992$_5$	— 0,065	— 0,423	— 1,837
0,47	0,992	— 0,069	— 0,442	— 1,877
0,48	0,991	— 0,075	— 0,461	— 1,917
0,49	0,990	— 0,079	— 0,480	— 1,956
0,50	0,990	— 0,084	— 0,500	— 1,996
0,51	0,989	— 0,089	— 0,520	— 2,035
0,52	0,988	— 0,094	— 0,540	— 2,075
0,53	0,987	— 0,099	— 0,561	— 2,114
0,54	0,986	— 0,105	— 0,582	— 2,154
0,55	0,985	— 0,111	— 0,604	— 2,193
0,56	0,984	— 0,117	— 0,616	— 2,233
0,57	0,982	— 0,123	— 0,648	— 2,272
0,58	0,981	— 0,130	— 0,671	— 2,312
0,59	0,980	— 0,137	— 0,695	— 2,351
0,60	0,978	— 0,144	— 0,719	— 2,390
0,61	0,977	— 0,151	— 0,743	— 2,429
0,62	0,975	— 0,159	— 0,768	— 2,468
0,63	0,974	— 0,167	— 0,793	— 2,507
0,64	0,972	— 0,175	— 0,818	— 2,546
0,65	0,970	— 0,183	— 0,843	— 2,585
0,66	0,968	— 0,192	— 0,869	— 2,623
0,67	0,966	— 0,200	— 0,896	— 2,662
0,68	0,964	— 0,209	— 0,923	— 2,701
0,69	0,962	— 0,218	— 0,950	— 2,739
0,70	0,960	— 0,228	— 0,977	— 2,778
0,71	0,958	— 0,238	— 1,005	— 2,816
0,72	0,955	— 0,248	— 1,034	— 2,854
0,73	0,953	— 0,259	— 1,063	— 2,892
0,74	0,950	— 0,270	— 1,092	— 2,930
0,75	0,947	— 0,281	— 1,121	— 2,968
0,76	0,944	— 0,292	— 1,151	— 3,006
0,77	0,941	— 0,304	— 1,181	— 3,044
0,78	0,938	— 0,316	— 1,212	— 3,082
0,79	0,935	— 0,328	— 1,243	— 3,119
0,80	0,932	— 0,340	— 1,274	— 3,156
0,81	0,928$_5$	— 0,353	— 1,306	— 3,194
0,82	0,925	— 0,366	— 1,338	— 3,231
0,83	0,921	— 0,380	— 1,370$_5$	— 3,268
0,84	0,917	— 0,394	— 1,403	— 3,304

φ	$\mathfrak{E}_\varphi$	$\mathfrak{E}'_\varphi$	$\mathfrak{E}''_\varphi$	$\mathfrak{E}'''_\varphi$
0,85	0,913	— 0,408	— 1,436	— 3,341
0,86	0,909	— 0,423	— 1,470	— 3,367
0,87	0,905	— 0,438	— 1,504	— 3,403
0,88	0,900	— 0,453	— 1,538	— 3,439
0,89	0,896	— 0,469	— 1,573	— 3,475
0,90	0,891	— 0,485	— 1,608	— 3,521
0,91	0,886	— 0,501	— 1,644	— 3,557
0,92	0,881	— 0,517	— 1,679	— 3,592
0,93	0,876	— 0,534	— 1,715	— 3,627
0,94	0,870	— 0,551	— 1,752	— 3,662
0,95	0,865	— 0,569	— 1,789	— 3,697
0,96	0,859	— 0,587	— 1,826	— 3,732
0,97	0,853	— 0,605	— 1,863	— 3,766
0,98	0,846	— 0,624	— 1,901	— 3,800
0,99	0,840	— 0,644	— 1,939	— 3,834
1,00	0,834	— 0,664	— 1,978	— 3,867
1,01	0,828	— 0,683	— 2,017	— 3,900
1,02	0,821	— 0,703	— 2,076	— 3,933
1,03	0,814	— 0,724	— 2,095	— 3,966
1,04	0,806	— 0,745	— 2,135	— 3,998
1,05	0,798	— 0,767	— 2,175	— 4,030
1,06	0,790	— 0,789	— 2,216	— 4,062
1,07	0,782	— 0,811	— 2,257	— 4,094
1,08	0,774	— 0,834	— 2,298	— 4,125
1,09	0,766	— 0,867	— 2,339	— 4,156
1,10	0,757	— 0,881	— 2,381	— 4,186
1,11	0,748	— 0,905	— 2,403	— 4,216
1,12	0,739	— 0,930	— 2,465	— 4,246
1,13	0,729	— 0,955	— 2,507	— 4,275
1,14	0,719	— 0,980	— 2,550	— 4,304
1,15	0,709	— 1,006	— 2,593	— 4,333
1,16	0,699	— 1,032	— 2,637	— 4,361
1,17	0,689	— 1,058	— 2,681	— 4,389
1,18	0,679	— 1,085	— 2,725	— 4,416
1,19	0,668	— 1,113	— 2,769	— 4,443
1,20	0,656	— 1,141	— 2,814	— 4,469
1,21	0,644	— 1,169	— 2,859	— 4,495
1,22	0,632	— 1,198	— 2,904	— 4,521
1,23	0,620	— 1,228	— 2,949	— 4,526
1,24	0,608	— 1,258	— 2,994	— 4,550
1,25	0,595	— 1,288	— 3,040	— 4,574
1,26	0,582	— 1,318	— 3,086	— 4,597
1,27	0,569	— 1,349	— 3,132	— 4,620
1,28	0,555	— 1,380	— 3,179	— 4,643
1,29	0,541	— 1,412	— 3,226	— 4,665
1,30	0,527	— 1,445	— 3,273	— 4,707
1,31	0,512	— 1,477	— 3,320	— 4,728
1,32	0,497	— 1,510	— 3,367	— 4,749
1,33	0,482	— 1,544	— 3,414	— 4,769
1,34	0,467	— 1,578	— 3,462	— 4,788
1,35	0,451	— 1,614	— 3,510	— 4,806
1,36	0,435	— 1,650	— 3,558	— 4,824
1,37	0,419	— 1,686	— 3,607	— 4,841
1,38	0,402	— 1,722	— 3,656	— 4,857
1,39	0,384	— 1,759	— 3,704	— 4,872
1,40	0,366	— 1,796	— 3,753	— 4,887
1,41	0,348	— 1,834	— 3,802	— 4,901
1,42	0,329	— 1,872	— 3,841	— 4,915
1,43	0,310	— 1,911	— 3,899	— 4,928
1,44	0,291	— 1,949	— 3,950	— 4,942
1,45	0,271	— 1,990	— 4,000	— 4,952
1,46	0,251	— 2,030	— 4,050	— 4,961
1,47	0,230	— 2,072	— 4,100	— 4,971
1,48	0,210	— 2,112	— 4,148	— 4,979
1,49	0,188	— 2,154	— 4,198	— 4,987
1,50	0,166	— 2,196	— 4,248	— 4,994
1,51	+ 0,144	— 2,239	— 4,298	— 5,001
1,52	+ 0,122	— 2,282	— 4,348	— 5,006
1,53	+ 0,099	— 2,326	— 4,398	— 5,011
1,54	+ 0,075	— 2,370	— 4,448	— 5,014
1,55	+ 0,051	— 2,415	— 4,498	— 5,016
1,56	+ 0,027	— 2,460	— 4,548	— 5,018
1,57	+ 0,002	— 2,506	— 4,599	— 5,018
1,58	— 0,023	— 2,553	— 4,649	— 5,018
1,59	— 0,049	— 2,599	— 4,699	— 5,017
1,60	— 0,075	— 2,646	— 4,749	— 5,014
1,61	— 0,102	— 2,693	— 4,799	— 5,010
1,62	— 0,129	— 2,742	— 4,849	— 5,006
1,63	— 0,157	— 2,790	— 4,899	— 5,000
1,64	— 0,185	— 2,840	— 4,949	— 4,994
1,65	— 0,214	— 2,889	— 4,999	— 4,986
1,66	— 0,243	— 2,940	— 5,049	— 4,976
1,67	— 0,272	— 2,990	— 5,099	— 4,966
1,68	— 0,302	— 3,041	— 5,149	— 4,954
1,69	— 0,333	— 3,093	— 5,198	— 4,942
1,70	— 0,364	— 3,146	— 5,247	— 4,928

φ	$\mathfrak{E}_\varphi$	$\mathfrak{E}'_\varphi$	$\mathfrak{E}''_\varphi$	$\mathfrak{E}'''_\varphi$
1,71	— 0,395	— 3,199	— 5,296	— 4,913
1,72	— 0,427	— 3,252	— 5,345	— 4,890
1,73	— 0,460	— 3,306	— 5,394	— 4,872
1,74	— 0,493	— 3,360	— 5,443	— 4,853
1,75	— 0,527	— 3,414	— 5,492	— 4,834
1,76	— 0,562	— 3,469	— 5,540	— 4,814
1,77	— 0,597	— 3,525	— 5,588	— 4,792
1,78	— 0,633	— 3,581	— 5,636	— 4,768
1,79	— 0,669	— 3,638	— 5,684	— 4,742
1,80	— 0,706	— 3,695	— 5,731	— 4,715
1,81	— 0,743	— 3,753	— 5,778	— 4,687
1,82	— 0,781	— 3,811	— 5,825	— 4,657
1,83	— 0,819	— 3,869	— 5,871	— 4,625
1,84	— 0,858	— 3,928	— 5,917	— 4,591
1,85	— 0,897	— 3,987	— 5,963	— 4,556
1,86	— 0,937	— 4,047	— 6,008	— 4,519
1,87	— 0,978	— 4,107	— 6,053	— 4,481
1,88	— 1,020	— 4,168	— 6,097	— 4,441
1,89	— 1,062	— 4,229	— 6,141	— 4,399
1,90	— 1,105	— 4,291	— 6,185	— 4,355
1,91	— 1,148	— 4,353	— 6,228	— 4,310
1,92	— 1,192	— 4,416	— 6,271	— 4,263
1,93	— 1,237	— 4,479	— 6,314	— 4,214
1,94	— 1,282	— 4,542	— 6,356	— 4,163
1,95	— 1,328	— 4,607	— 6,397	— 4,110
1,96	— 1,374	— 4,670	— 6,438	— 4,055
1,97	— 1,421	— 4,735	— 6,478	— 3,999
1,98	— 1,469	— 4,800	— 6,518	— 3,941
1,99	— 1,517	— 4,865	— 6,557	— 3,881
2,00	— 1,566	— 4,930	— 6,596	— 3,823
2,01	— 1,616	— 4,996	— 6,634	— 3,759
2,02	— 1,666	— 5,062	— 6,671	— 3,694
2,03	— 1,717	— 5,129	— 6,708	— 3,627
2,04	— 1,769	— 5,196	— 6,744	— 3,557
2,05	— 1,821	— 5,264	— 6,779	— 3,485
2,06	— 1,874	— 5,332	— 6,813	— 3,401
2,07	— 1,928	— 5,401	— 6,847	— 3,335
2,08	— 6,982	— 5,470	— 6,880	— 3,257
2,09	— 2,037	— 5,539	— 6,912	— 3,177
2,10	— 2,092	— 5,608	— 6,943	— 3,094
2,11	— 2,148	— 5,678	— 6,973	— 3,009
2,12	— 2,205	— 5,748	— 7,003	— 2,922
2,13	— 2,263	— 5,818	— 7,032	— 2,833
2,14	— 2,322	— 5,888	— 7,060	— 2,741
2,15	— 2,381	— 5,959	— 7,087	— 2,647
2,16	— 2,441	— 6,030	— 7,113	— 2,551
2,17	— 2,502	— 6,101	— 7,138	— 2,450
2,18	— 2,563	— 6,172	— 7,162	— 2,348
2,19	— 2,625	— 6,244	— 7,185	— 2,246
2,20	— 2,688	— 6,316	— 7,207	— 2,140
2,21	— 2,751	— 6,388	— 7,228	— 2,031
2,22	— 2,815	— 6,460	— 7,248	— 1,920
2,23	— 2,880	— 6,533	— 7,267	— 1,806
2,24	— 2,945	— 6,606	— 7,285	— 1,689
2,25	— 3,011	— 6,679	— 7,301	— 1,570
2,26	— 3,078	— 6,752	— 7,316	— 1,449
2,27	— 3,146	— 6,825	— 7,330	— 1,326
2,28	— 3,215	— 6,898	— 7,342	— 1,200
2,29	— 3,285	— 6,972	— 7,353	— 1,070
2,30	— 3,356	— 7,046	— 7,364	— 0,936
2,31	— 3,427	— 7,120	— 7,374	— 0,800
2,32	— 3,498	— 7,193	— 7,380	— 0,662
2,33	— 3,570	— 7,267	— 7,386	— 0,522
2,34	— 3,643	— 7,341	— 7,390	— 0,378
2,35	— 3,717	— 7,415	— 7,393	— 0,230
2,36	— 3,792	— 7,489	— 7,395	— 0,078
2,37	— 3,867	— 7,563	— 7,395	+ 0,074
2,38	— 3,943	— 7,637	— 7,394	+ 0,230
2,39	— 4,020	— 7,710	— 7,390	+ 0,390
2,40	— 4,098	— 7,784	— 7,384	+ 0,553
2,41	— 4,176	— 7,858	— 7,378	+ 0,719
2,42	— 4,255	— 7,932	— 7,370	+ 0,888
2,43	— 4,335	— 8,006	— 7,360	+ 1,059
2,44	— 4,415	— 8,080	— 7,349	+ 1,234
2,45	— 4,496	— 8,153	— 7,336	+ 1,412
2,46	— 4,578	— 8,226	— 7,321	+ 1,594
2,47	— 4,661	— 8,299	— 7,304	+ 1,779
2,48	— 4,744	— 8,372	— 7,285	+ 1,967
2,49	— 4,828	— 8,445	— 7,264	+ 2,159
2,50	— 4,913	— 8,517	— 7,242	+ 2,354
2,51	— 4,998	— 8,589	— 7,218	+ 2,552
2,52	— 5,084	— 8,661	— 7,192	+ 2,753
2,53	— 5,171	— 8,733	— 7,164	+ 2,958
2,54	— 5,259	— 8,805	— 7,133	+ 3,167
2,55	— 5,347	— 8,876	— 7,100	+ 3,379
2,56	— 5,436	— 8,947	— 7,065	+ 3,594

Tabelle 1. Große Tafel der $\mathfrak{E}$-Funktionen für Veränderliche φ von 0 bis 4,20.

φ	$\mathfrak{E}_{\varphi}$	$\mathfrak{E}'_{\varphi}$	$\mathfrak{E}''_{\varphi}$	$\mathfrak{E}'''_{\varphi}$
2,57	— 5,526	— 9,018	— 7,028	+ 3,813
2,58	— 5,617	— 9,088	— 6,989	+ 4,036
2,59	— 5,708	— 9,157	— 6,948	+ 4,263
2,60	— 5,800	— 9,226	— 6,902	+ 4,494
2,61	— 5,893	— 9,295	— 6,856	+ 4,728
2,62	— 5,986	— 9,363	— 6,808	+ 4,966
2,63	— 6,080	— 9,431	— 6,757	+ 5,207
2,64	— 6,175	— 9,498	— 6,704	+ 5,452
2,65	— 6,271	— 9,565	— 6,648	+ 5,701
2,66	— 6,367	— 9,631	— 6,590	+ 5,954
2,67	— 6,464	— 9,697	— 6,529	+ 6,211
2,68	— 6,561	— 9,762	— 6,465	+ 6,472
2,69	— 6,659	— 9,826	— 6,399	+ 6,736
2,70	— 6,757	— 9,890	— 6,331	+ 7,004
2,71	— 6,856	— 9,953	— 6,260	+ 7,276
2,72	— 6,956	— 10,015	— 6,186	+ 7,552
2,73	— 7,057	— 10,076	— 6,109	+ 7,832
2,74	— 7,158	— 10,137	— 6,029	+ 8,116
2,75	— 7,260	— 10,197	— 5,946	+ 8,406
2,76	— 7,362	— 10,256	— 5,861	+ 8,699
2,77	— 7,465	— 10,314	— 5,773	+ 8,996
2,78	— 7,568	— 10,371	— 5,681	+ 9,296
2,79	— 7,672	— 10,427	— 5,586	+ 9,600
2,80	— 7,776	— 10,483	— 5,488	+ 9,908
2,81	— 7,881	— 10,538	— 5,387	+ 10,221
2,82	— 7,986	— 10,592	— 5,283	+ 10,538
2,83	— 8,092	— 10,644	— 5,176	+ 10,859
2,84	— 8,199	— 10,695	— 5,066	+ 11.185
2,85	— 8,306	— 10,745	— 4,953	+ 11,505
2,86	— 8,414	— 10,794	— 4,836	+ 11,850
2,87	— 8,522	— 10,842	— 4,716	+ 12,189
2,88	— 8,631	— 10,888	— 4,593	+ 12,532
2,89	— 8,740	— 10,933	— 4,466	+ 12,880
2,90	— 8,850	— 10,977	— 4,335	+ 13,232
2,91	— 8,960	— 11,020	— 4,201	+ 13.589
2,92	— 9,070	— 11,061	— 4,063	+ 13,950
2,93	— 9,181	— 11,101	— 3,922	+ 14,315
2,94	— 9,292	— 11,140	— 3,777	+ 14,684
2,95	— 9,404	— 11,177	— 3,629	+ 15,057
2,96	— 9,516	— 11,213	— 3,477	+ 15,435
2,97	— 9,628	— 11,247	— 3,320	+ 15,817
2,98	— 9,741	— 11,279	— 3,159	+ 16,204
2,99	— 9,854	— 11,310	— 2,995	+ 16,597
3,00	— 9,967	— 11,339	— 2,827	+ 16,994
3.01	— 10,080	— 11,366	— 2,655	+ 17,395
3,02	— 10,194	— 11,392	— 2,479	+ 17,801
3,03	— 10,308	— 11,416	— 2,299	+ 18,201
3,04	— 10,422	— 11,438	— 2,115	+ 18,615
3,05	— 10,537	— 11,458	— 1,927	+ 19,031
3,06	— 10,652	— 11,476	— 1,735	+ 19,455
3,07	— 10,767	— 11,493	— 1,538	+ 19,884
3,08	— 10,882	— 11,508	— 1,337	+ 20,317
3,09	— 10,997	— 11,521	— 1,131	+ 20,765
3,10	— 11,112	— 11,531	— 0,921	+ 21,207
3,11	— 11,227	— 11,539	— 0,707	+ 21,653
3,12	— 11,342	— 11,545	— 0,487	+ 22,105
3,13	— 11,458	— 11,548	— 0,264	+ 22,561
3,14	— 11,574	— 11,549	— 0,036	+ 23,022
3,15	— 11,690	— 11,548	+ 0,197	+ 23,488
3,16	— 11,806	— 11,545	+ 0,434	+ 23,958
3,17	— 11,921	— 11,539	+ 0,676	+ 24,433
3,18	— 12,036	— 11,531	+ 0,923	+ 24,912
3,19	— 12,151	— 11,521	+ 1,174	+ 25,396
3,20	— 12,266	— 11,508	+ 1,430	+ 25,884
3,21	— 12,381	— 11,492	+ 1,691	+ 26,377
3,22	— 12,496	— 11,474	+ 1,956	+ 26,875
3,23	— 12,611	— 11,453	+ 2,227	+ 27,377
3,24	— 12,725	— 11,430	+ 2,503	+ 27,884
3,25	— 12,839	— 11,404	+ 2,784	+ 28,396
3,26	— 12,953	— 11,375	+ 3,070	+ 28,912
3,27	— 13,067	— 11,343	+ 3,362	+ 29,433
3,28	— 13,180	— 11,308	+ 3,660	+ 29,958
3,29	— 13,293	— 11,270	+ 3,963	+ 30,487
3,30	— 13,405	— 11,228	+ 4,271	+ 31,020
3,31	— 13,517	— 11,184	+ 4,584	+ 31,558
3,32	— 13,629	— 11,137	+ 4,902	+ 32,100
3,33	— 13,740	— 11,086	+ 5,226	+ 32,646
3,34	— 13,851	— 11,031	+ 5,555	+ 33,197
3,35	— 13,961	— 10,974	+ 5,890	+ 33,753
3,36	— 14,071	— 10,913	+ 6,230	+ 34,315
3,37	— 14,180	— 10,849	+ 6,576	+ 34,881
3,38	— 14,288	— 10,782	+ 6,928	+ 35,451
3,39	— 14,395	— 10,711	+ 7,285	+ 36,025
3,40	— 14,501	— 10,636	+ 7,648	+ 36,604
3,41	— 14,607	— 10,558	+ 8,016	+ 37,187
3,42	— 14,712	— 10,476	+ 8,391	+ 37,774
3,43	— 14,816	— 10,390	+ 8,772	+ 38,365
3,44	— 14,920	— 10,300	+ 9,158	+ 38,960
3,45	— 15,023	— 10,206	+ 9,551	+ 39,559
3,46	— 15,125	— 10,108	+ 9,949	+ 40,162
3,47	— 15,225	— 10,007	+ 10,353	+ 40,769
3,48	— 15,325	— 9,901	+ 10,764	+ 41,380
3,49	— 15,423	— 9,791	+ 11,182	+ 41,995
3,50	— 15,520	— 9,678	+ 11,606	+ 42,614
3,51	— 15,616	— 9,560	+ 12,036	+ 43,237
3,52	— 15,711	— 9,437	+ 12,472	+ 43,864
3,53	— 15,805	— 9,310	+ 12,914	+ 44,495
3,54	— 15,898	— 9,179	+ 13,362	+ 45,129
3,55	— 15,989	— 9,043	+ 13,817	+ 45,767
3,56	— 16,079	— 8,903	+ 14,278	+ 46,408
3,57	— 16,167	— 8,758	+ 14,745	+ 47,052
3,58	— 16,254	— 8,608	+ 15,218	+ 47,700
3,59	— 16,339	— 8,453	+ 15,697	+ 48,351
3,60	— 16,422	— 8,294	+ 16,183	+ 49,005
3,61	— 16,504	— 8,130	+ 16,676	+ 49,663
3,62	— 16,585	— 7,961	+ 17,176	+ 50,324
3,63	— 16,666	— 7,787	+ 17,683	+ 50,988
3,64	— 16,743	— 7,608	+ 18,196	+ 51,656
3,65	— 16,818	— 7,423	+ 18,716	+ 52,327
3,66	— 16,891	— 7,233	+ 19,243	+ 53,001
3,67	— 16,962	— 7,038	+ 19,776	+ 53,678
3,68	— 17,031	— 6,837	+ 20,316	+ 54,358
3,69	— 17,097	— 6,631	+ 20,863	+ 55,040
3,70	— 17,162	— 6,419	+ 21,416	+ 55,725
3,71	— 17,225	— 6,602	+ 21,977	+ 56,413
3,72	— 17,286	— 5,979	+ 22,545	+ 57,103
3,73	— 17,345	— 5,751	+ 23,119	+ 57,796
3,74	— 17,401	— 5,517	+ 23,700	+ 58,491
3,75	— 17,455	— 5,277	+ 24,288	+ 59,188
3,76	— 17,507	— 5,031	+ 24,883	+ 59,887
3,77	— 17,556	— 4,779	+ 25,485	+ 60,588
3,78	— 17,602	— 4,521	+ 26,093	+ 61,291
3,79	— 17,646	— 4,258	+ 26,710	+ 61,996
3,80	— 17,687	— 3,988	+ 27,335	+ 62,703
3,81	— 17,725	— 3,711	+ 27,967	+ 63,411
3,82	— 17,761	— 3,428	+ 28,605	+ 64,121
3,83	— 17,794	— 3,139	+ 29,250	+ 64,832
3,84	— 17,824	— 2,843	+ 29,902	+ 65,545
3,85	— 17,851	— 2,540	+ 30,561	+ 66,257
3,86	— 17,875	— 2,231	+ 31,227	+ 66,970
3,87	— 17,896	— 1,915	+ 31,900	+ 67,684
3,88	— 17,914	— 1,593	+ 32,580	+ 68,399
3,89	— 17,928	— 1,264	+ 33,267	+ 69,115
3,90	— 17,939	— 0,928	+ 33,962	+ 69,832
3,91	— 17,947	— 0,585	+ 34,664	+ 70,550
3,92	— 17,951	— 0,235	+ 35,373	+ 71,269
3,93	— 17,951	+ 0,122	+ 36,088	+ 71,987
3,94	— 17,948	+ 0,486	+ 36,811	+ 72,706
3,95	— 17,942	+ 0,858	+ 37,542	+ 73,424
3,96	— 17,932	+ 1,237	+ 38,280	+ 74,142
3,97	— 17,918	+ 1,624	+ 39,025	+ 74,860
3,98	— 17,900	+ 2,018	+ 39,778	+ 75,577
3,99	— 17,877	+ 2,420	+ 40,537	+ 76,293
4,00	— 17,850	+ 2,829	+ 41,303	+ 77,008
4,01	— 17,820	+ 3,246	+ 42,077	+ 77,722
4,02	— 17,785	+ 3,670	+ 42,858	+ 78,435
4,03	— 17,746	+ 4,102	+ 43,646	+ 79,146
4,04	— 17,703	+ 4,542	+ 44,441	+ 79,856
4,05	— 17,655	+ 4,990	+ 45,243	+ 80,564
4,06	— 17,603	+ 5,446	+ 46,052	+ 81,269
4,07	— 17,546	+ 5,911	+ 46,868	+ 81,972
4,08	— 17,485	+ 6,384	+ 47,691	+ 82,672
4,09	— 17,419	+ 6,865	+ 48,522	+ 83,370
4,10	— 17,347	+ 7,356	+ 49,360	+ 84,064
4,11	— 17,271	+ 7,854	+ 50,205	+ 84,756
4,12	— 17,190	+ 8,361	+ 51,057	+ 85,446
4,13	— 17,104	+ 8,876	+ 51,915	+ 86,132
4,14	— 17,013	+ 9,399	+ 52,779	+ 86,814
4,15	— 16,916	+ 9,931	+ 53,650	+ 87,492
4,16	— 16,814	+ 10,472	+ 54,529	+ 88,167
4,17	— 16,706	+ 11,022	+ 55,414	+ 88,837
4,18	— 16,593	+ 11,581	+ 56,306	+ 89,504
4,19	— 16,475	+ 12,148	+ 57,204	+ 90,165
4,20	— 16,351	+ 12,725	+ 58,110	+ 90,822

Tabelle 3. Kleine Tafel der $\mathfrak{E}$-Funktionen für Veränderliche φ von 0 bis 7,00.

φ	$\mathfrak{E}_{\varphi}$	$\mathfrak{E}'_{\varphi}$	$\mathfrak{E}''_{\varphi}$	$\mathfrak{E}'''_{\varphi}$
0	+ 1,000	— 1,000	0,000	+ 2,000
0,10	+ 0,900	— 0,991	+ 0,181	+ 1,620
0,20	+ 0,803	— 0,965	+ 0,325	+ 1,279
0,30	+ 0,708	— 0,927	+ 0,438	+ 0,977
0,40	+ 0,618	— 0,878	+ 0,562	+ 0,713
0,50	+ 0,533	— 0,823	+ 0,582	+ 0,483
0,60	+ 0,453	— 0,763	+ 0,620	+ 0,286
0,70	+ 0,380	— 0,700	+ 0,640	+ 0,120
0,80	+ 0,313	— 0,635	+ 0,645	— 0,019
0,90	+ 0,253	— 0,571	+ 0,637	— 0,131
1,00	+ 0,199	— 0,508	+ 0,619	— 0,222
1,10	+ 0,151	— 0,448	+ 0,593	— 0,291
1,20	+ 0,109	— 0,390	+ 0,561	— 0,343
1,30	+ 0,073	— 0,336	+ 0,525	— 0,379
1,40	+ 0,042	— 0,285	+ 0,486	— 0,402
1,50	+ 0,016	— 0,238	+ 0,445	— 0,414
1,60	— 0,006	— 0,196	+ 0,404	— 0,415
1,70	— 0,024	— 0,158	+ 0,362	— 0,409
1,80	— 0,038	— 0,123	+ 0,322	— 0,397
1,90	— 0,049	— 0,093	+ 0,283	— 0,380
2,00	— 0,056	— 0,067	+ 0,246	— 0,359
2,10	— 0,062	— 0,044	+ 0,211	— 0,335
2,20	— 0,065	— 0,024	+ 0,179	— 0,310
2,30	— 0,067	— 0,008	+ 0,150	— 0,283
2,40	— 0,067	+ 0,006	+ 0,123	— 0,256
2,50	— 0,066	+ 0,017	+ 0,098	— 0,230
2,60	— 0,064	+ 0,025	+ 0,077	— 0,204
2,70	— 0,061	+ 0,032	+ 0,057	— 0,179
2,80	— 0,057	+ 0,037	+ 0,041	— 0,155
2,90	— 0,053	+ 0,040	+ 0,026	— 0,133
3,00	— 0,049	+ 0,042	+ 0,014	— 0,113
3,10	— 0,045	+ 0,043	+ 0,004	— 0,094
3,20	— 0,041	+ 0,043	— 0,005	— 0,077
3,30	— 0,036	+ 0,042	— 0,012	— 0,061
3,40	— 0,032	+ 0,041	— 0,017	— 0,047
3,50	— 0,028	+ 0,039	— 0,021	— 0,035
3,60	— 0,024$_{5}$	+ 0,037	— 0,024	— 0,025
3,70	— 0,021	+ 0,034	— 0,026	— 0,016
3,80	— 0,018	+ 0,031	— 0,027	— 0,008
3,90	— 0,015	+ 0,029	— 0,028	— 0,002
4,00	— 0,012	+ 0,026	— 0,028	+ 0,004
4,10	— 0,010	+ 0,023	— 0,027	+ 0,008
4,20	— 0,007	+ 0,020	— 0,026	+ 0,011
4,30	— 0,005	+ 0,018	— 0,025	+ 0,014
4,40	— 0,004	+ 0,015	— 0,023	+ 0,016
4,50	— 0,002	+ 0,013	— 0,022	+ 0,017
4,60	— 0,001	+ 0,011	— 0,020	+ 0,018
4,70	— 0,000$_{1}$	+ 0,009	— 0,018	+ 0,018
4,80	+ 0,000$_{7}$	+ 0,007	— 0,016	+ 0,018
4,90	+ 0,001$_{4}$	+ 0,006	— 0,014	+ 0,017
5,00	+ 0,001$_{9}$	+ 0,005	— 0,013	+ 0,017
5,10	+ 0,002$_{4}$	+ 0,003	— 0,011	+ 0,016
5,20	+ 0,002$_{6}$	+ 0,002	— 0,010	+ 0,015
5.30	+ 0,002$_{8}$	+ 0,001	— 0,008	+ 0,014
5,40	+ 0,002$_{9}$	+ 0,001	— 0,007	+ 0,013
5.50	+ 0,002$_{9}$	— 0,000$_{01}$	— 0,006	+ 0,012
5,60	+ 0,002$_{9}$	— 0,000$_{5}$	— 0,005	+ 0,010
5,70	+ 0,002$_{8}$	— 0,001$_{0}$	— 0,004	+ 0,009
5,80	+ 0,002$_{7}$	— 0,001$_{3}$	— 0,003	+ 0,008
5,90	+ 0,002$_{6}$	— 0,001$_{5}$	— 0,002	+ 0,007
6,00	+ 0,002$_{4}$	— 0,001$_{7}$	— 0,001	+ 0.006
6,10	+ 0,002$_{2}$	— 0,001$_{8}$	— 0,001	+ 0,005
6 20	+ 0,002$_{0}$	— 0,001$_{85}$	— 0,000$_{3}$	+ 0,004
6,30	+ 0,001$_{9}$	— 0,001$_{9}$	+ 0,000$_{1}$	+ 0,004
6,40	+ 0,001$_{7}$	— 0,001$_{8}$	+ 0,000$_{4}$	+ 0,003
6,50	+ 0,001$_{5}$	— 0,001$_{8}$	+ 0,000$_{6}$	+ 0,002
6,60	+ 0,001$_{3}$	— 0,001$_{7}$	+ 0,000$_{8}$	+ 0,001$_{7}$
6,70	+ 0,001$_{1}$	— 0,001$_{6}$	+ 0,001$_{0}$	+ 0,001$_{3}$
6,80	+ 0,001$_{0}$	— 0,001$_{5}$	+ 0,001$_{1}$	+ 0,000$_{8}$
6,90	+ 0,000$_{8}$	— 0,001$_{4}$	+ 0,001$_{2}$	+ 0,000$_{5}$
7,00	+ 0,000$_{7}$	— 0,001$_{3}$	+ 0,001$_{2}$	+ 0,000$_{2}$

Tabelle 2.
Kleine Tafel der Stabfestwerte für den endlichen (kurzen) Stab.

φ	u	v	w	u'	v'	w'	n	n'
0	∞	0	0	$+\infty$	$-\infty$	0	0	0
0,10	10,000	— 0,100	— 0,0003	1500,05	—15,00	— 0,050	0,400	0,0027
0,20	5,003	— 0,200	— 0,0027	187,51	— 7,50	— 0,100	0,800	0,0213
0,30	3,342	— 0,300	— 0,0090	55,76	— 5,00	— 0,150	1,201	0,072
0,40	2,521	— 0,400	— 0,0212	23,64	— 3,75	— 0,200	1,605	0,171
0,50	2,025	— 0,498	— 0,0414	12,22	— 3,002	— 0,250	2,017	0,334
0,60	1,710	— 0,594	— 0,0709	7,232	— 2,511	— 0,300	2,441	0,577
0,70	1,496	— 0,686	— 0,1111	4,702	— 2,156	— 0,349	2,890	0,919
0,80	1,347	— 0,772	— 0,162	3,305	— 1,894	— 0,398	3,375	1,376
0,90	1,246	— 0,851	— 0,225	2,480	— 1,694	— 0,447	3,916	1,968
1,00	1,179	— 0,921	— 0,297	1,967	— 1,537	— 0,495	4,536	2,718
1,10	1,136	— 0,979	— 0,376	1,639	— 1,413	— 0,543	5,266	3,649
1,20	1,110	— 1,025	— 0,459	1,423	— 1,314	— 0,589	6,142	4,791
1,30	1,097	— 1,058	— 0,543	1,280	— 1,234	— 0,633	7,210	6,179
1,40	1,092	— 1,078	— 0,623	1,185	— 1,170	— 0,676	8,527	7,857
1,50	1,090	— 1,089	— 0,697	1,122	— 1,120	— 0,717	10,159	9,877
$\frac{\pi}{2}$	1,090	— 1,090	— 0,743	1,090	— 1,090	— 0,743	11,549	11,549
1,60	1,090	— 1,090	— 0,762	1,080	— 1,079	— 0,755	12,188	12,304
1,70	1,090	— 1,085	— 0,818	1,053	— 1,049	— 0,791	14,710	15,221
1,80	1,088	— 1,077	— 0,864	1,037	— 1,026	— 0,823	17,843	18,728
1,90	1,085	— 1,065	— 0,901	1,027	— 1,009	— 0,853	21,727	22,951
2,00	1,080	— 1,054	— 0,929	1,022	— 0,997	— 0,879	26,533	28,047
2,10	1,074	— 1,042	— 0,951	1,019	— 0,989	— 0,902	32,464	34,207
2,20	1,067	— 1,032	— 0,966	1,018	— 0,985	— 0,922	39,768	41,671
2,30	1,059	— 1,023	— 0,977	1,018	— 0,983	— 0,939	48,743	50,731
2,40	1,052	— 1,015	— 0,985	1,018	— 0,983	— 0,953	59,755	61,747
2,50	1,044	— 1,009	— 0,990	1,018	— 0,984	— 0,965	73,244	75,162
2,60	1,037	— 1,005	— 0,993	1,017	— 0,985	— 0,974	89,750	91,517
2,70	1,031	— 1,001	— 0,995	1,017	— 0,987	— 0,981	109,93	111,47
2,80	1,025	— 0,999	— 0,996	1,016	— 0,990	— 0,986	134,58	135,84
2,90	1,020	— 0,998	— 0,996	1,015	— 0,992	— 0,991	164,68	165,61
3,00	1,016	— 0,977	— 0,996	1,013	— 0,994	— 0,994	201,43	201,99
π	1,011	— 0,996	— 0,996	1,011	— 0,996	— 0,996	267,74	267,74

Häufig gebraucht werden folgende Beziehungen:

$$12)\quad \begin{cases} 2\mathfrak{C}_{2\lambda} - V\cdot\mathfrak{C}''_{2\lambda} - U\cdot\mathfrak{C}'''_{2\lambda} = 0 \\ 4U\cdot\mathfrak{C}_{2\lambda} - 2\mathfrak{C}'_{2\lambda} + V\cdot\mathfrak{C}'''_{2\lambda} = 8\,\dfrac{\mathfrak{C}'_{2\lambda}}{N} \\ 2V\cdot\mathfrak{C}_{2\lambda} - \mathfrak{C}''_{2\lambda} + W\cdot\mathfrak{C}'''_{2\lambda} = 4\,\dfrac{\mathfrak{C}''_{2\lambda}}{N} \\ 2V\cdot\mathfrak{C}_{2\lambda} - 2U\cdot\mathfrak{C}'_{2\lambda} + \mathfrak{C}''_{2\lambda} = -4\,\dfrac{\mathfrak{C}''_{2\lambda}}{N} \\ 4W\cdot\mathfrak{C}_{2\lambda} - 2V\cdot\mathfrak{C}'_{2\lambda} + \mathfrak{C}'''_{2\lambda} = -4\,\dfrac{\mathfrak{C}'''_{2\lambda}}{N} \end{cases}$$

woraus sich noch weitere Ausdrücke leicht entwickeln lassen. Eine kleine Zahlentafel für die Stabfestwerte der Gruppe 11 sowie für die Ausdrücke $\frac{\mathfrak{C}_{2\lambda}}{N}$, $\frac{\mathfrak{C}'_{2\lambda}}{N}$ usw. findet sich in der Zeitschrift für Bauwesen, 1919, S. 489; die der Gruppe 10b entsprechenden Festwerte U', V', W' kommen nur bei der Theorie des elastisch gestützten Trägers mit eingespannten Enden vor und werden hier nicht benötigt.

b) Uebergang vom „endlichen“ (kurzen) zum langen Stab.

Wird $\lambda > 2$ bis 3, so kann man die absoluten Zahlenbeträge der Stabfestwerte u, v usw. und U, V, W mit um so genauerer Annäherung durch den Wert 1 ersetzen, je größer λ ist. Zur Ueberleitung der Formeln für den „endlichen“ Stab in die einfacheren Formeln für den „langen“ Stab dienen folgende Beziehungen:

$$13)\quad \begin{cases} \mathfrak{C}_\varphi - \frac{1}{2}\mathfrak{C}''_\varphi + \frac{1}{2}\mathfrak{C}'''_\varphi = (\cos\varphi - \sin\varphi)\cdot e^{-\varphi} \\ \mathfrak{C}_\varphi - \mathfrak{C}'_\varphi + \frac{1}{2}\mathfrak{C}''_\varphi = (\cos\varphi + \sin\varphi)\cdot e^{-\varphi} \\ \mathfrak{C}_\varphi - \frac{1}{2}\mathfrak{C}'_\varphi + \frac{1}{4}\mathfrak{C}'''_\varphi = \cos\varphi\cdot e^{-\varphi} \\ -\frac{1}{2}\mathfrak{C}_\varphi + \frac{1}{2}\mathfrak{C}''_\varphi - \frac{1}{4}\mathfrak{C}'''_\varphi = \sin\varphi\cdot e^{-\varphi} \end{cases}$$

Nach dem Vorbilde der $\mathfrak{C}$-Funktionen lassen sich zur Vereinheitlichung und Abkürzung der Schreibweise sowie zur Erzielung einer besseren Uebersicht im Aufbau der Formeln die $\mathfrak{E}$-Funktionen einführen, indem man

$$14)\quad \begin{cases} \mathfrak{E}_\varphi = \cos\varphi\cdot e^{-\varphi} \\ \mathfrak{E}'_\varphi = \dfrac{d\mathfrak{E}_\varphi}{d\varphi} = -(\cos\varphi + \sin\varphi)\cdot e^{-\varphi} \\ \mathfrak{E}''_\varphi = \dfrac{d^2\mathfrak{E}_\varphi}{d\varphi^2} = +2\sin\varphi\cdot e^{-\varphi} \\ \mathfrak{E}'''_\varphi = \dfrac{d^3\mathfrak{E}_\varphi}{d\varphi^3} = +2(\cos\varphi - \sin\varphi)\cdot e^{-\varphi} \\ \mathfrak{E}^{IV}_\varphi = \dfrac{d^4\mathfrak{E}_\varphi}{d\varphi^4} = -4\cos\varphi\cdot e^{-\varphi} = -4\mathfrak{E}_\varphi \text{ usw.} \end{cases}$$

setzt. Damit ergeben sich folgende Beziehungen zwischen den $\mathfrak{C}$-Funktionen und den $\mathfrak{E}$-Funktionen:

$$15)\quad \begin{cases} \mathfrak{E}_\varphi = \mathfrak{C}_\varphi - \frac{1}{2}\mathfrak{C}'_\varphi + \frac{1}{4}\mathfrak{C}'''_\varphi \\ \mathfrak{E}'_\varphi = -\mathfrak{C}_\varphi + \mathfrak{C}'_\varphi - \frac{1}{2}\mathfrak{C}''_\varphi \\ \mathfrak{E}''_\varphi = -\mathfrak{C}'_\varphi + \mathfrak{C}''_\varphi - \frac{1}{2}\mathfrak{C}'''_\varphi \\ \mathfrak{E}'''_\varphi = 2\mathfrak{C}_\varphi - \mathfrak{C}''_\varphi + \mathfrak{C}'''_\varphi \end{cases}$$

Aus 15) folgt:
Für $\varphi = 0$ wird
$\mathfrak{E}_\varphi = +1$, $\mathfrak{E}'_\varphi = -1$
$\mathfrak{E}''_\varphi = 0$, $\mathfrak{E}'''_\varphi = +2$.

Für den Uebergang von den Formeln des „endlichen“ (kurzen) Stabes zu denen des „langen“ Stabes sind noch folgende Umwandlungen wichtig:

Für $\frac{\alpha}{2} > 2$ bis 3 gilt (α entspricht 2λ)

$$16)\quad \begin{cases} \dfrac{\mathfrak{C}_\alpha}{N} = \dfrac{\mathfrak{Cof}\,\alpha\cdot\cos\alpha}{\mathfrak{Cof}\,2\alpha + \cos2\alpha - 2} = \cos\alpha\cdot e^{-\alpha} = \mathfrak{E}_\alpha \\ \dfrac{\mathfrak{C}'_\alpha}{N} = \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\alpha\cdot\cos\alpha - \mathfrak{Cof}\,\alpha\cdot\sin\alpha}{\mathfrak{Cof}\,2\alpha + \cos2\alpha - 2} \\ \qquad = (\cos\alpha - \sin\alpha)\cdot e^{-\alpha} = \frac{1}{2}\mathfrak{E}'''_\alpha \\ \dfrac{\mathfrak{C}''_\alpha}{N} = -\dfrac{2\mathfrak{Sin}\,\alpha\cdot\sin\alpha}{\mathfrak{Cof}\,2\alpha + \cos2\alpha - 2} = -2\sin\alpha\cdot e^{-\alpha} = -\mathfrak{E}''_\alpha \\ \dfrac{\mathfrak{C}'''_\alpha}{N} = -\dfrac{2(\mathfrak{Sin}\,\alpha\cdot\cos\alpha + \mathfrak{Cof}\,\alpha\cdot\sin\alpha)}{\mathfrak{Cof}\,2\alpha + \cos2\alpha - 2} \\ \qquad = -2(\cos\alpha + \sin\alpha)\cdot e^{-\alpha} = +2\mathfrak{E}'_\alpha \end{cases}$$

Eine kleine Zahlentafel der $\mathfrak{E}$-Funktionen für Argumente λ von 0 bis 7,0 ist als Tabelle 3 beigegeben. Zur Berechnung weiterer Zahlenwerte sind die bereits genannten Tafeln von Hayashi sowie die „Tafeln der Hyperbelfunktionen und der Kreisfunktionen“ von Ligowski (Berlin 1890, Wilhelm Ernst) verwendbar.

c) Uebergang vom „endlichen“ (kurzen) zum starren Stab.

Wird $\lambda < 0{,}6$ bis $0{,}4$ (λ = halbe stellvertretende Stablänge), so werden die Formänderungen der Stabachse so geringfügig, daß man sie vernachlässigen kann. Um die Formeln für „endliche“ Stäbe in die vereinfachten Formeln für „starre“ Stäbe überzuleiten, ersetze man die $\mathfrak{C}$-Funktionen usw. durch das 1. Glied der Reihendarstellung. Man erhält dann:

$$17)\quad \begin{cases} \mathfrak{C}_\lambda = 1 - \frac{1}{6}\lambda^4 & N = \frac{4^3}{3}\lambda^4 & \dfrac{\mathfrak{C}_{2\lambda}}{N} = \dfrac{3}{4^3\lambda^4}\left(-\frac{1}{8}\right) \\ \mathfrak{C}'_\lambda = -\frac{2}{3}\lambda^3 & U = \frac{1}{\lambda} & \dfrac{\mathfrak{C}'_{2\lambda}}{N} = -\dfrac{1}{4\lambda} \\ \mathfrak{C}''_\lambda = -2\lambda^2 & V = \frac{3}{4\lambda^2} & \dfrac{\mathfrak{C}''_{2\lambda}}{N} = -\dfrac{3}{8\lambda^2} \\ \mathfrak{C}'''_\lambda = -4\lambda & W = \frac{3}{8\lambda^3} & \dfrac{\mathfrak{C}'''_{2\lambda}}{N} = -\dfrac{3}{8\lambda^3} \end{cases}$$

Die Ausdrücke für starre Gründungssohlen erhält man einfacher in bekannter Weise durch unmittelbare Herleitung. Die Ueberleitung aus den Formeln des „endlichen“ Stabes mit Hilfe der Ausdrücke der Gruppe 17) wird daher in der Regel nur zur Rechnungsprüfung dienen.

(Fortsetzung folgt.)